

ALTENI FIDELIS PIMENTA

**EVOLUÇÃO DINÂMICA DO SISTEMA TERRA—LUA:
UM MODELO SEMI-EMPÍRICO**

Tese apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Ciências Geodésicas.

Orientadores: Prof. Dr. Luiz Danilo D. Ferreira
Prof. Dr. Germano B. Afonso

CURITIBA

2004

Pimenta, Alteni Fidelis

Evolução dinâmica do sistema terra-lua: um modelo semi-empírico /
Alteni Fidelis Pimenta. -- Curitiba, 2004.
xvi, 81 f. : il.

Orientadores: Prof. Dr. Luiz Danilo D. Ferreira

Prof. Dr. Germano Bruno Afonso

Tese (Doutorado) – Setor de Ciências da Terra, Universidade
Federal do Paraná.

Inclui Bibliografia

1. Terra (planeta) - Rotação. 2. Lua - Afastamento 3. Marés.

I. Ferreira, Luiz Danilo. I. Título. III. Universidade Federal do Paraná.

CDD 525.35

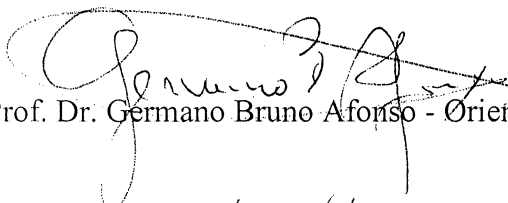
“EVOLUÇÃO DINÂMICA DO SISTEMA TERRA-LUA: UM MODELO SEMI-EMPÍRICO”

POR


ALTENI FIDELIS PIMENTA

Tese nº 036 aprovada como requisito parcial do grau de Doutor no
Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da Universidade
Federal do Paraná, pela Comissão formada pelos professores:

Curitiba, 30 de julho de 2004.




Prof. Dr. Germano Bruno Afonso - Orientador e Presidente (UFPR)



Prof. Dr. Rodolpho Vilhena de Moraes – Membro (UNESP)



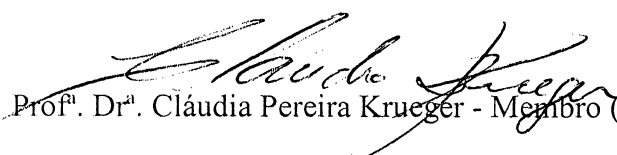
Prof. Dr. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado - Membro (INPE)



Prof. Dr. Dietmar Willian Foryta - Membro (UFPR)



Prof. Dr. Carlos Aurélio Nadal – Membro (UFPR)



Prof.^a. Dr.^a. Cláudia Pereira Krueger - Membro (UFPR)

Aos meus pais Altino e Eni
e aos meus filhos Ângela e Rodrigo

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela oportunidade desta encarnação na busca contínua da evolução a que todos somos destinados.

Aos meus pais, pelo dom da vida e pela herança sem preço da educação que me proporcionaram e, por estarem sempre presentes nos momentos difíceis.

Aos meus filhos pela compreensão e paciência pela minha ausência.

Às minhas irmãs Eliane e Eurídice pelo amor que sempre me dedicaram.

Ao Prof. Dr. Kleber D. Machado, cujo incentivo em realizar o doutorado, auxílio nos momentos críticos de programação e, acima de tudo pelo companheirismo, paciência e carinho, tornaram possível a realização deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Germano Bruno Afonso, pela orientação e apoio que sempre me dispensou, com sua ampla visão dos fenômenos físicos.

Ao Prof. Dr. Luiz Danilo Damasceno Ferreira, que além de sua orientação, apoio e dedicação ao trabalho desenvolvido, concedeu-me sua inestimável amizade nos bons e maus momentos.

Aos Professores Dr. Adonai S. Sant'Anna, Dr. Dietmar Forita e Dra. Cláudia P. Krueger, componentes da banca examinadora por ocasião do exame de qualificação, pelas importantes contribuições por meio de sugestões para o enriquecimento do trabalho.

A todos os professores do Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas.

À Veralí Mônica Kleuser Reguillin, secretária do Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná.

Aos profissionais da Biblioteca de Ciências e Tecnologia da Universidade Federal do Paraná cujo atendimento ultrapassa o profissionalismo pela cortesia e presteza.

Aos colegas do Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná, pelo convívio amigo.

Aos amigos do coração, Alex, Álvaro, Cristina, Daniel, Edie, Roosevelt e Wilson pela amizade em todas as horas.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela concessão da bolsa de estudos necessária ao apoio e desenvolvimento da pesquisa.

À Universidade Estadual de Ponta Grossa, pela oportunidade de realizar o doutoramento através do Programa de Incentivo à Capacitação Docente.

“O cientista não estuda a natureza porque ela é útil; estuda-a porque se delicia com ela, e se delicia com ela porque ela é bela. Se a natureza não fosse bela, não valeria a pena conhecê-la e, se não valesse a pena conhecê-la, não valeria a pena viver”.

Henri Poincaré

SUMÁRIO

LISTA DE SÍMBOLOS	viii
LISTA DE SIGLAS	xi
LISTA DE ILUSTRAÇÕES	xiii
LISTA DE TABELAS	xiv
1 INTRODUÇÃO	1
2 RETROSPECTIVA HISTÓRICA	6
3 FATORES QUE INFLUENCIAM NA VARIAÇÃO DA VELOCIDADE DE ROTAÇÃO DA TERRA	11
3.1 FATORES SAZONAIS	11
3.2 FATORES DE CURTO E LONGO PERÍODO	12
3.3 FATORES SECULARES	13
4 VELOCIDADE DE ROTAÇÃO DA TERRA	23
4.1 DETERMINAÇÃO DA VELOCIDADE DE ROTAÇÃO DA TERRA	25
4.1.1 Determinação da Velocidade de Rotação da Terra no Passado	25
4.1.2 Determinação da Velocidade de Rotação da Terra no Presente	26
4.1.2.1 Técnicas de Observação	29
4.2 MODELOS PARA EVOLUÇÃO DO SISTEMA TERRA—LUA	34
4.2.1 Modelo de Mignard	34
4.2.2 Modelo de Sant’Anna e Afonso	35
4.2.2.1 Equações da Mecânica Celeste	35
4.2.2.2 Expressão para o Atraso de Resposta de Maré Δt	40
4.2.2.3 Integração Numérica	42
5 METODOLOGIA	45
5.1 OBTENÇÃO DOS DADOS	45
5.2 OBTENÇÃO DA EQUAÇÃO EMPÍRICA $\omega = \omega(t)$	47

5.3	OBTENÇÃO DA EQUAÇÃO SEMI-EMPÍRICA $a = a(t)$	48
5.4	EXPRESSÃO PARA O ATRASO DE RESPOSTA DE MARÉ Δt	49
5.5	SISTEMA DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS	50
5.5.1	Modelo 1	50
5.5.2	Modelo 2	51
5.6	INTEGRAÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS	52
6	RESULTADOS E DISCUSSÕES	54
6.1	COMPARAÇÃO COM OS VALORES DO PASSADO	54
6.2	GRÁFICOS $\omega \times t$	58
6.3	GRÁFICOS $\Delta t \times t$	60
6.4	GRÁFICO $a \times t$	61
6.5	GRÁFICOS $X \times t, e \times t, i \times t$	62
6.5.1	Gráficos Obtidos por SANT'ANNA e AFONSO Utilizando um Δt Constante	63
6.5.2	Gráficos Obtidos por SANT'ANNA e AFONSO Utilizando um Δt Variável	65
6.5.3	Gráficos — Modelo 1	66
6.5.4	Gráficos — Modelo 2	67
6.6	EQUAÇÕES $X = X(t), e = e(t), i = i(t)$	68
6.7	COMPARAÇÃO ENTRE OS VALORES DE X, e, i	70
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS, CONCLUSÕES E DIRECIONAMENTOS	71
7.1	Considerações Finais	71
7.2	Conclusões	72
7.3	Direcionamentos	74
	REFERÊNCIAS	76
	DOCUMENTOS CONSULTADOS	80

LISTA DE SÍMBOLOS

$\vec{\omega}$	- velocidade angular da Terra
t	- tempo
a	- distância Terra—Lua em unidades de raio terrestre médio
R_T	- raio médio terrestre
$\vec{\mathcal{I}}$	- tensor momento de inércia
e	- excentricidade da órbita lunar
i	- inclinação da órbita lunar em relação ao plano principal
\vec{L}	- momento angular de um corpo
\vec{L}_T	- momento angular da Terra
\vec{L}_L	- momento angular da Lua
\mathcal{I}_T	- momento de inércia da Terra
x', y', z'	- sistema de referência inercial
M_L	- massa da Lua
M_T	- massa da Terra
m	- massa na superfície da Terra
D	- distância entre os centros de massa da Terra e da Lua
\vec{R}	- vetor posição da massa m em relação à Lua
\vec{r}	- vetor posição da massa m em relação ao centro da Terra
\vec{r}'_m	- vetor posição da massa m em relação ao sistema inercial
\vec{r}'_T	- vetor posição do centro de massa da Terra no sistema inercial
$\ddot{\vec{r}}$	- derivada segunda temporal de \vec{r}
G	- constante de gravitação universal
\hat{r}	- versor r
\hat{R}	- versor R
\hat{D}	- versor D

$\hat{\mathbf{j}}$	- versor j
F_T	- módulo da força maregráfica
F_{T_x}	- componente da força maregráfica no eixo x
F_{T_y}	- componente da força maregráfica no eixo y
r, θ	- coordenadas polares da massa m no sistema não inercial situado na Terra
\mathcal{K}	- energia cinética rotacional da Terra
v_L	- módulo da velocidade orbital da Lua
F	- módulo da força gravitacional entre a Terra e a Lua
\mathfrak{C}	- constante
U	- potencial perturbador
k_l	- número de Love de grau l
\vec{r}_L	- vetor posição da Lua em relação ao centro de massa da Terra
\vec{r}_P	- vetor posição do ponto onde se deseja o potencial
P_l	- polinômio de Legendre de ordem l
Δt	- tempo de atraso de resposta da maré
$\vec{\mathcal{F}}$	- força perturbadora
$\vec{\mathcal{T}}$	- torque perturbador
$\mathcal{R}, \mathcal{S}, \mathcal{W}$	- componentes da aceleração perturbadora
μ	- massa reduzida do sistema
I	- ângulo entre o plano orbital da Lua e o plano equatorial da Terra
$\bar{\omega}$	- longitude do perigeu medida a partir do nodo ascendente
ν	- anomalia verdadeira do satélite natural
P	- período de um satélite rasante à superfície da Terra
\mathcal{I}_P	- momento principal de inércia da Terra
ω_0	- módulo da velocidade angular de rotação da Terra no presente
X	- distância Terra—Lua (normalizada pelo raio médio terrestre atual)

- K - constante (Weels)
- \mathfrak{F} - função de X , e e i
- $\dot{\omega}$ - derivada temporal de ω
- $d\psi, d\epsilon$ - desvios do pólo celeste
- \mathcal{A} - parâmetro presente na equação $\omega = \omega(t)$
- \mathcal{B} - parâmetro presente na equação $a = a(t)$
- a_0 - distância Terra—Lua atual em unidades de raio terrestre médio

LISTA DE SIGLAS

AAM	- <i>Atmospheric Angular Moment</i>
BIH	- <i>Bureau International De l'Heure</i>
CEP	- <i>Celestial Ephemeris Pole</i>
CNES	- <i>Centre National d'Etudes Spatiales</i>
DORIS	- <i>Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite</i>
EOP	- <i>Earth Orientation Parameters</i>
FAGS	- <i>Federation of Astronomical and Geophysical data analysis Service</i>
GRGS	- <i>Groupe de Recherche en Géodésie Spatiale</i>
IAG	- <i>International Association of Geodesy</i>
IAU	- <i>International Astronomical Union</i>
IERS	- <i>International Earth Rotation Service</i>
IGN	- <i>Institut Géographique National</i>
IGS	- <i>International GPS Service</i>
ILRS	- <i>International Laser Ranging Service</i>
IVS	- <i>International VLBI Service for Geodesy and Astrometry</i>
ITRF	- <i>International Terrestrial Reference Frame</i>
IUGG	- <i>International Union of Geodesy and Geophysics</i>
LLR	- <i>Lunar Laser Ranging</i>
LOD	- <i>Length of Day</i>
NAVSTAR-GPS	- <i>NAVigation System with Time and Ranging-Global Positioning System</i>
PC	- <i>Product Centers</i>
SLR	- <i>Satellite Laser Ranging</i>
TC	- <i>Technique Centers</i>

TUC - *Tempo Universal Coordenado*
UT - *Universal Time*
UT1 - *Universal Time 1*
VLBI - *Very Long Baseline Interferometry*

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

3.1	TERRA, LUA E SISTEMA INERCIAL	15
3.2	VISÃO DA TERRA COM O EIXO POLAR AO LONGO DO EIXO z	16
3.3	FORÇA DE MARÉ NOS PONTOS A, B, C e D	18
3.4	EFEITOS DA FORÇA DE MARÉ	19
3.5	EFEITO REAL DAS FORÇAS DE MARÉ	19
4.1	PRECESSÃO E NUTAÇÃO	24
4.2	PLANO EQUATORIAL DA TERRA, PLANO DA ECLÍPTICA E PLANO ORBITAL DA LUA	38
4.3	PLANO EQUATORIAL DA TERRA, PLANO ORBITAL DA LUA E PLANO INERCIAL	39
6.1	COMPARAÇÃO DOS VALORES $\omega \times t$ OBTIDOS NESTE TRABALHO COM OS RESULTADOS DE SANT'ANNA E AFONSO E OS DADOS OBSERVACIONAIS DE WILLIAMS	59
6.2	TEMPO DE RESPOSTA DE ATRASO DE MARÉ EM FUNÇÃO DO TEMPO	60
6.3	COMPARAÇÃO ENTRE OS VALORES DE $a \times t$ OBTIDOS PELOS MODELOS DE MIGNARD, DE SANT'ANNA E AFONSO E DESTE TRABALHO COM OS DADOS EXPERIMENTAIS DE WILLIAMS	62
6.4	MODELO DE MIGNARD (Δt CONSTANTE)	64
6.5	MODELO DE SANT'ANNA E AFONSO (Δt VARIÁVEL)	65
6.6	MODELO 1	67
6.7	MODELO 2	68

LISTA DE TABELAS

5.1	VELOCIDADE DE ROTAÇÃO DA TERRA NO PERÍODO DE 1623—2000	46
5.2	VELOCIDADE DE ROTAÇÃO DA TERRA NO PERÍODO DE 1623—2000 (continuação)	47
6.1	VALORES PARA ω , a , a/a_0 , ω/ω_0	56
6.2	VALORES PARA X , e , i	70

RESUMO

Os fenômenos da desaceleração da rotação da Terra e conseqüente aumento da órbita lunar vêm despertando a atenção de pesquisadores das mais diversas áreas da ciência. Desenvolveu-se, neste trabalho, um modelo semi-empírico que descreve a evolução dinâmica do sistema Terra—Lua a partir de dados sobre a rotação da Terra fornecidos pelo *IERS* no intervalo 1623—2000 combinados com equações da Mecânica Celeste que expressam a taxa de variação temporal do semi-eixo maior (a), excentricidade (e) e inclinação (i) da órbita lunar em relação a um plano inercial, o qual é perpendicular ao momento angular total do sistema Terra—Lua. Com interesse direcionado a termos seculares, foram obtidas primeiramente, equações em função do tempo, que fornecem a velocidade angular da Terra $\omega = \omega(t)$ e a distância Terra—Lua $a = a(t)$. A partir destas equações desenvolveu-se uma expressão para o tempo de atraso de resposta da maré (Δt) à força de atração gravitacional sofrida pela Terra, em função dos parâmetros orbitais da Lua e do tempo. O sistema de equações diferenciais representativo do modelo foi integrado para o passado até 4 500 Ma pelo método Runge-Kutta de quarta ordem com passo constante. Deste modo, equações que expressam a velocidade de rotação da Terra, a distância Terra—Lua, a excentricidade e a inclinação da órbita lunar foram obtidas em função do tempo. Os valores que resultaram deste trabalho foram comparados com aqueles obtidos por métodos que analisam registros datados para tempos geológicos derivados de pesquisas baseadas em sedimentação maregráfica, havendo excelente concordância entre eles. Para o passado de 620 Ma o valor encontrado para a velocidade de rotação da Terra neste trabalho foi de $8,09 \times 10^{-5}$ rad/s enquanto a análise da sedimentação maregráfica fornece $7,99 \times 10^{-5}$ rad/s. Foi realizada também, uma extrapolação para o passado de 4 500 Ma, idade aproximada do surgimento do sistema Terra—Lua, aceita atualmente pela comunidade científica, embora, não se tenha na literatura dados para comparação referentes a esta época.

Palavras chave: Velocidade de Rotação da Terra; Afastamento da Lua; Marés.

ABSTRACT

The phenomena of the Earth's rotation deceleration and consequent Moon's retreat have attracted the attention of researches of several areas of the science. In this work, it was developed a semi-empirical model describing the dynamic evolution of the Earth—Moon system, based on data furnished by IERS (International Earth Rotation Service) from 1 623 to 2 000 A.D., combined with Celestial Mechanics equations that express the time variation of the semimajor axis (a), eccentricity (e) and inclination (i) of the lunar orbit with respect to the inertial plane, which is perpendicular to the total angular momentum of the Earth—Moon system. Focusing the interest on secular terms, firstly, equations for the Earth's rotation angular velocity $\omega = \omega(t)$ and the Earth—Moon distance $a = a(t)$ as functions of time were obtained. From these equations, an expression for the tidal time lag as a function of the orbital parameters of the Moon and also of the time was found. The differential equations system, which represents the model, was integrated to the past until 4 500 Myr by using the fourth order Runge—Kutta Method with constant step, furnishing equations that express the Earth's rotation velocity, the Earth—Moon distance, the eccentricity and inclination of the lunar orbit as functions of time. The values obtained were compared to those found by methods based on analyses of the sedimentary cyclic rhythmites, and an excellent agreement between them was found. To the past of 620 Myr the Earth's rotation velocity is found to be 8.09×10^{-5} using the models developed here while the analysis of the sedimentary rhythmites of tidal origin furnishes a value of 7.99×10^{-5} rad/s. It was also accomplished an extrapolation to the past of 4 500 Myr, which is accepted nowadays by the scientific community as being the approximate age of the Earth—Moon system appearance, although there are no data in the literature that could be used to make comparisons.

Keywords: Earth's Rotation Velocity; Moon's Retreat; Tides.

1. INTRODUÇÃO

Desde a antiguidade mais remota, o homem observava fascinado o céu e, por não compreender a magnitude dos fenômenos que se lhe apresentavam aos olhos, criava em sua mente mitos, lendas e deuses para explicar o que via. Hoje, a fascinação é a mesma, senão maior, já que mesmo com o avanço sem precedentes da tecnologia e das pesquisas científicas, a cada mistério solucionado, o horizonte do desconhecido se descortina maior, desafiando a curiosidade e inteligência do ser humano.

As determinações da velocidade de rotação da Terra e conseqüente afastamento da Lua em escalas de tempo de dias, séculos e milhões de anos e a interpretação destas flutuações em termos de processos dinâmicos têm chamado a atenção de pesquisadores de diversas áreas da ciência como Geodésia, Geofísica, Geodinâmica, Física, Astronomia, entre outras. Nesta interdisciplinaridade é que reside, em parte, a importância da investigação desses fenômenos.

É fato incontestável que a velocidade de rotação da Terra está diminuindo lentamente desde que ela surgiu, causando um aumento na duração do dia. Observações de eclipses ao longo de milhares de anos levaram os astrônomos a concluir também que uma expansão da órbita da Lua ocorria lenta e inexoravelmente, fenômeno este que, na época, era inexplicável.

Observações utilizando as mais diversas técnicas através dos últimos três ou quatro séculos fornecem medidas das diferenças entre as posições observadas e as calculadas com base na Teoria Gravitacional. Fatores como a influência da atmosfera, a não constância do momento de inércia da Terra e o irregular acoplamento entre o núcleo condutor elétrico e o manto terrestre semiconductor alteram a velocidade de rotação da Terra. No entanto, seus efeitos são insignificantes para variações seculares, quando comparados com os do atrito produzido pelas marés (AFONSO, 1977).

Atritos de maré em águas rasas têm controlado a evolução do sistema Terra—

Lua por milhões de anos, sendo esta a causa do aumento do dia e do afastamento da Lua em relação à Terra. Atualmente o comprimento do dia está aumentando cerca de 2 ms/sec e a Lua está espiralando para longe da Terra em torno de 3 cm/ano (GOLDREICH, 1972).

Como as correntes maregráficas fluem sobre o fundo dos oceanos, uma turbulenta camada fronteira é criada, na qual uma parte da energia mecânica do movimento das águas é dissipada em forma de calor pelo atrito, ocasionando uma diminuição na velocidade de rotação da Terra e, como consequência, aumentos na duração do dia e no afastamento da órbita lunar.

Uma compilação de cálculos feita por Gaylor R. Miller, da Universidade da Califórnia, mostra que os mares dão conta de aproximadamente dois terços da taxa de dissipação de energia determinada astronomicamente (GOLDREICH, 1972).

Para uma explicação física do fenômeno em questão pode-se lançar mão de um dos princípios de conservação que regem os fenômenos físicos, a saber, o princípio de conservação do momento angular. Este princípio requer uma compensação para a perda de momento angular de rotação da Terra através de um ganho de momento angular orbital da Lua e, em decorrência, a velocidade angular do satélite natural altera-se em vista de uma desaceleração do planeta. Ainda, como consequência deste fato, a Lua mover-se-á contínua e vagarosamente para longe de nosso planeta por bilhões de anos até que alcance o equilíbrio, ao mesmo tempo que o comprimento do dia irá aumentar até que a Terra e a Lua tenham o mesmo período de rotação e translação, ou seja, elas terão sempre a mesma face voltada uma para a outra.

Plutão—Caronte é um exemplo de sistema binário em nosso sistema solar que evoluiu vinculado à evolução maregráfica da órbita e rotação de seus componentes. Este sistema já tem completo desenvolvimento neste aspecto, pois ambos os corpos sempre apresentam a mesma face um para o outro.

Os principais movimentos da Terra são os de rotação em torno de seu eixo e o de translação em torno do Sol, e a medida do tempo está ligada diretamente a eles.

Tempo Universal (*TU*) é o tempo médio do meridiano de Greenwich e que se baseia no movimento de rotação da Terra (GEMAEL 1991). Como este movimento mostra-se não uniforme devido a irregularidades de curto período da rotação da Terra e do movimento do pólo, a hora fornecida pelos relógios atômicos deixou de ter relação direta com os fenômenos astronômicos. Para contornar esse problema definiu-se o Tempo Universal Coordenado (*TUC*), um tempo de escala atômica que é corrigido cada vez que sua diferença com relação ao tempo astronômico ultrapassa 0,7 s. Assim, um melhor entendimento sobre as variações que ocorrem na velocidade de rotação da Terra é imprescindível para as diversas áreas que utilizam medidas de tempo, entre as quais a Geodésia e a Geodinâmica.

As variações na rotação da Terra têm causado tensões apreciáveis no interior do planeta e em sua crosta ao longo de milhares de anos. Tal como outros planetas no tempo presente, a Terra, num passado distante, tinha uma forma bem mais pronunciada de um elipsóide oblato, pois girava mais rapidamente, visto que tinha um momento angular maior. Sendo a gravidade uma força centrípeta e, portanto, agindo através do centro da gravidade com sentido para o interior do planeta, acontece um contínuo ajustamento da forma da Terra à medida que variam seu momento angular e o valor da gravidade. Efeitos também são detectados na dinâmica da atmosfera, formação de ventos globais e evaporação. Estes efeitos que eram bem maiores em outras eras estão se tornando muito mais suaves, mas são ainda evidentes.

Os astrônomos, geofísicos e outros investigadores cuja preocupação é a origem e evolução da Terra são prejudicados pela escassez de evidências no planeta. Os eventos de interesse destes estudiosos ocorreram em tempos tão distantes que mesmo registros geológicos são raramente confiáveis. Como um resultado disto, as teorias que têm tido avanços sobre tais problemas, tais como a origem dos continentes, são na maioria conjecturas. Além disso, como pode ser esperado nessas circunstâncias, as teorias diferem consideravelmente e por esta razão são altamente controversas (RUNCORN, 1966).

Deste modo, traçar a história da desaceleração maregráfica da Terra e evolução da órbita lunar continua sendo hoje um dos maiores desafios da ciência.

Assim sendo, estabelece-se, como objetivo geral desta pesquisa, o desenvolvimento de um modelo semi-empírico que descreva a dinâmica do sistema Terra—Lua e forneça a velocidade de rotação da Terra para qualquer tempo, a partir da combinação de dados fornecidos pelo Serviço Internacional de Rotação da Terra (*IERS - International Earth Rotation Service*) com equações da Mecânica Celeste.

Além disso, destacam-se como objetivos específicos os seguintes pontos:

- obter uma equação empírica que forneça a velocidade de rotação da Terra $\omega = \omega(t)$, a partir dos valores de rotação da Terra fornecidos pelo *IERS*;
- obter uma equação semi-empírica $a = a(t)$, que forneça a distância Terra—Lua, a partir da combinação da equação $\omega = \omega(t)$ e da relação entre a perda de momento angular rotacional da Terra devida ao atrito mareográfico da Lua e do Sol e a mudança no momento angular orbital lunar;
- desenvolver uma expressão para o tempo de atraso de resposta da maré (Δt), em função dos parâmetros orbitais do sistema Terra—Lua e do tempo, utilizando a equação $\omega = \omega(t)$;
- resolver o sistema de equações diferenciais que descreve o sistema Terra—Lua, a fim de obter as expressões que forneçam a inclinação da órbita lunar em relação a um plano inercial¹ e sua excentricidade em função do tempo, utilizando um intervalo de tempo variável para o atraso de resposta da maré e,
- confrontar os resultados alcançados com aqueles obtidos por cientistas que utilizam diferentes métodos e técnicas para pesquisa da evolução dinâmica do sistema Terra—Lua.

¹Plano cartesiano XY de um sistema de referência geocêntrico cujo eixo Z , perpendicular a X e a Y , é coincidente com a direção do momento angular total do sistema Terra—Lua.

Desse modo, no capítulo dois é apresentado um resumo histórico das pesquisas e estudos realizados sobre o fenômeno. No capítulo três faz-se uma resumida explanação dos fatores que influem no decréscimo da rotação do planeta, dando ênfase ao fenômeno das marés lunares, que é o principal responsável por variações seculares na velocidade de rotação da Terra. O capítulo quatro, por sua vez, discute as várias maneiras como pesquisadores de diferentes áreas contornam o problema de conhecer a velocidade de rotação do planeta na era medieval, no passado distante e no presente, agora que estão disponíveis modernas técnicas e acurados modelos matemáticos para aprofundamento desse estudo. No capítulo cinco é apresentada a metodologia que foi utilizada neste trabalho a fim de se desenvolver um modelo semi-empírico que, espera-se, possa contribuir para uma melhor compreensão deste fenômeno tão complexo que é a desaceleração da Terra. Na sequência, o capítulo seis traz a discussão dos resultados e as comparações destes com valores obtidos por outros pesquisadores, inclusive de outras áreas das ciências da Terra e que utilizaram diferentes métodos para pesquisar a velocidade do planeta e a distância Terra—Lua no passado geológico. Finalmente, no capítulo sete, são apresentadas algumas considerações finais, conclusões alcançadas com este trabalho de pesquisa, bem como alguns direcionamentos para trabalhos futuros.

Com a resolução do sistema de equações diferenciais proposto neste trabalho, para obtenção de expressões que forneçam a distância Terra—Lua, excentricidade e inclinação da órbita lunar, e que utiliza um intervalo de tempo variável de atraso de resposta da maré, espera-se que o modelo desenvolvido possa apresentar um panorama da dinâmica do passado do sistema Terra—Lua que venha a contribuir para um melhor entendimento de sua complexa evolução.

2. RETROSPECTIVA HISTÓRICA

Por milhares de anos a rotação diária da Terra, a qual causa distinção entre dia e noite, tem-se constituído na base de cálculo do tempo para a humanidade. O fenómeno das mudanças ocorridas na rotação das constelações estelares já era conhecido pelos babilônios que, como os gregos, assumiam que a Terra estava em repouso no centro do Universo. O primeiro astrônomo que apresentou uma descrição do fenómeno foi Hiparco (sec. II a.C.), sendo Heráclides (sec. IV a.C.) o primeiro, entre vários astrônomos, a afirmar que a Terra girava em torno de seu eixo, apesar da tendência na época ser a de seguir os argumentos de Aristóteles, que colocava a Terra como centro do Universo. Copérnico (sec. XVI) associou essa variação com as mudanças que acontecem na direção do eixo de rotação da Terra. Sabe-se hoje que o eixo de rotação da Terra não é fixo nem em relação à crosta, nem em relação ao sistema inercial, devido à ação de forças gravitacionais, principalmente do Sol e da Lua. Além disso, observações de eclipses ao longo de milhares de anos realizadas por povos das mais diversas raças, levaram os astrônomos a concluir que a Lua sofria um afastamento gradual em relação à Terra, fenómeno este que permaneceu sem explicação por muitos séculos.

HALLEY (1695) tentou explicar o fenómeno do decréscimo na velocidade de rotação da Terra relacionando-o às perturbações gravitacionais de outros planetas. NEWTON (1713) investigou essa questão sugerindo que a aparente aceleração da Lua poderia ser devida à variação na rotação da Terra. O filósofo KANT (apud WILLIAMS, 2000) em 1754 foi o primeiro a sugerir que as marés poderiam ser a causa desses fenómenos. LAPLACE (1787) exatamente um século após a primeira edição dos *Principia*, apresentou uma explicação em termos da ação do Sol na órbita lunar, o que lhe valeu um prêmio na Academia Francesa de Ciências. ADAMS (1853) e DELAUNAY (1859) demonstraram que o modelo de Laplace explicava somente uma parte do fenómeno, além de não concordar inteiramente com as observações. MAYER

(1848) foi o primeiro a unir as idéias de uma ação mútua entre Terra e Lua, através da introdução da idéia da transferência de momento angular no sistema planeta—satélite. Estudando esse problema, a ele se seguiu DARWIN (1877), filho do famoso antropólogo. Cientistas como W. Thomson (Lord Kelvin), P. G. Tait, P. H. Cowell e outros, contribuíram para uma melhoria na teoria de fricção de maré luni-solar baseada nas idéias de Kant.

MUNK e MACDONALD (1960) estimaram a desaceleração rotacional atual da Terra, atribuída ao componente maregráfico lunar como sendo $4,81 \times 10^{-22} \text{ rad/s}^2$.

Dados fósseis paleontológicos também confirmam a desaceleração do planeta, bem como o aumento na duração do dia (*LOD - Length of Day*). WELLS (1963), desenvolveu uma metodologia para estimar o número de dias/ano no passado geológico baseado em suas análises do crescimento de corais fósseis e recentes, já que esse estudo possibilita a determinação de ciclos vitais dos corais que viveram no passado longínquo. Uma vez que esses ciclos são regulados por períodos astronômicos como o ano trópico ¹, o mês sinódico ² e o dia solar ³, torna-se possível determinar a duração destes intervalos de tempo na época em que estes corais viveram.

O método utilizado por estes cientistas baseia-se em contagens de bandas de deposição de materiais fossilizados. Esses investigadores têm conhecimento aproximado de quantos dias deveriam achar no mês do ano Devoniano ou de outro período geológico. Então, a probabilidade que este conhecimento possa influenciar subconscientemente sua contagem de bandas torna-se bastante grande. A distinção entre estas faixas é de determinação bastante difícil, por isso estão sendo usadas técnicas que detectam diferenças químicas entre as bandas (K. M. CREER, apud RUNCORN, 1966). Para fazer face a esta dificuldade, colegas de Runcorn na Universidade de Newcastle, têm realizado experimentos com um método que remove os fatores subjetivos através

¹Intervalo de tempo decorrido entre duas passagens consecutivas da Terra pelo ponto vernal, em sua órbita em torno do Sol.

²Período orbital da Lua, registrado por um observador na Terra, ou intervalo entre duas fases da Lua.

³Intervalo de tempo decorrido entre duas passagens consecutivas do Sol pelo mesmo semi-meridiano superior.

da automatização do processo de contagem das arestas destas bandas. A técnica é semelhante àquela usada em cristalografia de raios-X.

Existem pois, dúvidas sobre a confiabilidade de dados paleontológicos baseados em fósseis e, segundo SCRUTTON (1978), os valores paleorotacionais e paleomaregráficos obtidos deste modo devem ser analisados com muita precaução.

No total, $1,32 \pm 0,18 \times 10^{28}$ J da energia rotacional terrestre foi perdida desde um passado de 900 Ma (SONETT, CHAN e DEMKO, 1996). Cálculos utilizando os números de Wells e Scrutton realmente mostram que a Lua tem aumentado 1,6% seu momento angular orbital desde a época do Devoniano médio.

O efeito de perturbação das marés sobre a dinâmica do sistema Terra—Lua é usualmente calculado utilizando os números de Love (LOVE, 1944). O astrônomo francês MIGNARD (1979), desenvolveu um modelo que utiliza tais números e o formalismo de DARWIN (1877, 1879, 1880). Porém, seu modelo implica em uma catastrófica aproximação da Lua por volta de 2 000 Ma (SANT'ANNA e AFONSO, 1998) e, não existem evidências no planeta de que tal evento cataclísmico tenha ocorrido.

Analisando observações de eclipses ocorridos desde 2 500 anos atrás, STEPHENSON e MORRISON (1995) e STEPHENSON (1997) mostraram que o *LOD* tem sofrido lento crescimento ao longo dos anos. Segundo estes cientistas, o tempo para a Terra completar uma rotação completa aumenta 2,2 ms a cada século, em média. Foi possível confirmar essa desaceleração comparando registros de observações de eclipses do Sol e da Lua feitas por povos antigos como chineses, árabes, gregos e babilônios, com eclipses computados quando se utiliza uma taxa de rotação constante. Eles afirmam que as possíveis causas são: variações no momento de inércia do planeta e trocas de momento angular entre o manto da Terra e o núcleo ou a hidrosfera.

MIGNARD (1979) investigou o problema da variação da velocidade de rotação da Terra e da órbita lunar chegando a resultados que diferem de GOLDREICH (1966) e MACDONALD (1964), concluindo que a distância mínima de aproximação entre nosso planeta e seu satélite poderia ser maior que $10 R_T$. MIGNARD (1979), continuando sua

investigação focaliza a evolução maregráfica de um sistema de três corpos: Terra, Lua e Sol. Seus resultados mostram que a Lua estava mais perto da Terra no passado, com uma inclinação maior para a eclíptica que a atual.

AFONSO (1977), estudando essa questão, estabeleceu um modelo para a evolução dinâmica do sistema Terra—Lua considerando apenas a dinâmica do raio de uma órbita circular do satélite. Mais tarde, em prosseguimento às suas pesquisas, foi apresentada uma expressão para o atraso de resposta das marés da Terra que leva em consideração as observações paleontológicas de Wells (SANT'ANNA, 1989 e SANT'ANNA e AFONSO, 1998). Esse modelo semi-empírico considera que a dissipação de energia e o atraso de resposta da maré não são constantes no tempo, e é compatível com as atuais teorias segundo as quais a Lua surgiu há cerca de 4,5 bilhões de anos. São utilizadas três equações diferenciais que descrevem a dinâmica de três variáveis, a saber, o raio médio da órbita da Lua (a), a excentricidade da órbita lunar (e) e a inclinação (i) de seu plano orbital em relação ao plano inercial, o qual é ortogonal ao momento angular total do sistema Terra—Lua.

Uma nova metodologia para as análises paleontológicas da rotação da Terra e órbita da Lua baseada em ritmitas cíclicos de origem maregráfica foi introduzida na década de 80 por WILLIAMS (1990, 1997, 2000). Os ritmitas cíclicos são constituídos por finas camadas ou lâminas de arenitos finamente granulados, rochas de lodo ou lama, e apresentam variações periódicas na espessura, as quais refletem uma forte influência da maré na sedimentação, fornecendo portanto, informações sobre a paleorotação da Terra e órbita lunar na era pré-cambriana. Deste modo, torna-se possível registrar períodos que são atribuídos a tipos e padrões de maré, os quais evitam algumas das incertezas associadas a dados paleontológicos. Uma grande vantagem da utilização dos registros ritmitas maregráficos é que eles podem abranger diversas décadas, revelando períodos paleomaregráficos não facilmente perceptíveis em fósseis. Partindo da análise de séries temporais derivadas de dados baseados nessas deposições, WILLIAMS (1990, 1997, 2000), discute as implicações geofísicas de

valores paleomaregráficos, e mostra como esse estudo pode fornecer informações a respeito do *LOD*, além de permitir um traçado da órbita lunar próxima à época do surgimento da Lua. Para validar seus resultados são realizados testes de auto-consistência interna através da aplicação das leis da Mecânica Celeste, fazendo uso da Terceira Lei de Kepler e da equação que relaciona a perda de momento angular em virtude do atrito gerado pelas marés lunares e solares com a variação de momento angular orbital da Lua.

Depois desta resumida revisão histórica dos estudos sobre a variação da velocidade de rotação da Terra e expansão da órbita lunar, fica constatada a existência do grande interesse interdisciplinar em um melhor conhecimento a respeito destes fenômenos e, deste modo, desenvolveu-se este trabalho direcionado a estabelecer um modelo semi-empírico que, espera-se, venha fornecer um panorama mais realista da dinâmica do sistema Terra—Lua em termos seculares e, conseqüentemente, contribua para uma maior compreensão deste complexo fenômeno em todas as áreas de interesse.

3. FATORES QUE INFLUENCIAM NA VARIAÇÃO DA VELOCIDADE DE ROTAÇÃO DA TERRA

É um fato conhecido que a Terra está sofrendo uma desaceleração gradual em sua velocidade de rotação. A vida do ser humano sempre foi baseada nos ciclos dia-noite e, devido a esse fenômeno, de tempos em tempos faz-se necessário um ajuste nos relógios atômicos para sincronizá-los com a rotação decrescente do planeta. Diversos são os fatores que contribuem para as variações ocorridas na velocidade de rotação da Terra. Alguns introduzem mudanças seculares e de longo período, enquanto outros refletem apenas variações sazonais e de curto período.

LAMBECK (1980) faz uma extensa discussão a respeito dos fatores que poderiam interferir nas variações da velocidade de rotação da Terra.

Neste capítulo são comentadas brevemente as causas mais relevantes, sendo que na seção dedicada aos fatores seculares é dada ênfase ao fenômeno das marés, por ser aquele que provoca os efeitos mais acentuados nessa escala de tempo, a qual constitui foco de interesse deste trabalho.

3.1 FATORES SAZONAIS

As principais oscilações sazonais têm geralmente sido atribuídas a redistribuições geográficas de massa associadas com causas meteorológicas.

Numa escala de tempo sazonal, a atmosfera é a principal fonte de excitação das alterações na rotação da Terra, incluindo variações no *LOD* e no movimento polar (YU e ZHENG, 2000). Os efeitos atmosféricos na rotação da Terra são geralmente investigados usando o formalismo do Momento Angular Atmosférico (*AAM - Atmospheric Angular Moment*). Devido ao princípio de conservação do momento angular, para qualquer mudança no *AAM* há uma correspondente variação, com sinal oposto, no mo-

mento angular da Terra sólida e, conseqüentemente, uma perturbação em seu vetor de rotação.

O desenvolvimento da tecnologia no que diz respeito ao estudo da contribuição da atmosfera para a variação do *LOD* tem sido tão importante que, segundo MERRIAN (1990), a história desta questão pode ser dividida em antes e depois de 1980, com o advento de novas técnicas espaciais de observação como a Interferometria de Base Muito Longa (*VLBI - Very Long Baseline Interferometry*), Rastreamento a Laser de Satélites (*SLR - Satellite Laser Ranging*), Rastreamento Lunar a Laser (*LLR - Lunar Laser Ranging*) e o Sistema de Posicionamento Global (*GPS - Global Positioning System*) e, ainda, com o início dos programas de monitoramento de ventos globais.

3.2 FATORES DE CURTO E LONGO PERÍODO

LAMBECK (1980) afirma que o acoplamento eletromagnético entre o manto e o núcleo parece ser a mais plausível explicação para variações em décadas no *LOD*, chegando à conclusão que tais mudanças provavelmente são uma conseqüência de alterações no momento angular do núcleo.

Dentre os fatores mais investigados estão os terremotos, cuja influência reside no fato de que sua ocorrência, provocando uma redistribuição de massa na Terra, modifica o tensor de inércia desta.

O tensor momento de inércia \vec{I} é a grandeza que mede a distribuição de massa de um corpo em relação a um sistema de eixos. Considerando que o momento angular de um corpo se mantém constante desde que nenhum torque aja sobre ele, qualquer modificação no modo como a massa do corpo está distribuída em relação aos seus eixos de simetria altera seu momento de inércia. Sendo \vec{L} o momento angular do corpo e $\vec{\omega}$ sua velocidade angular de rotação, pela relação

$$\vec{L} = \vec{I}\vec{\omega}$$

a velocidade angular de rotação deve também se alterar.

Outra fonte de variação no tensor de inércia da Terra e, conseqüentemente, em sua rotação, consiste na troca de massa entre os oceanos e as geleiras.

Outros fatores podem também ser citados como responsáveis por variações de longo período, tais como: variações na quantidade de gelo armazenada nas calotas polares e montanhas glaciais, na pressão e temperatura atmosférica médias anuais, na salinidade e temperatura médias anuais das correntes oceânicas e nos ventos na superfície dos oceanos.

Para maiores detalhes consultar LAMBECK (1980, p. 220–238).

3.3 FATORES SECULARES

Considerando que as marés são a causa mais importante das variações seculares na velocidade de rotação da Terra, foco de interesse desta pesquisa, far-se-á uma discussão mais extensa do assunto.

A palavra maré é um termo genericamente usado para definir a variação do nível do mar em relação à costa produzida pela atração gravitacional da Lua e do Sol. Num escala bem menor, marés também ocorrem em grandes lagos, na atmosfera e dentro da crosta sólida da Terra. Fatores não-astronômicos adicionais, tais como a configuração da linha de costa, profundidade das águas, topografia do leito dos oceanos e outras influências hidrográficas e meteorológicas, podem ter um importante papel no intervalo entre as marés alta e baixa.

Segundo LAMBECK (1980), além da precessão e nutação, as conseqüências da gravitação lunar e solar na rotação seriam de pequeno interesse se a Terra fosse totalmente rígida. Mas, como isso não acontece, estas forças deformam a Terra e modificam sua rotação. Observações destas perturbações fornecem uma medida global da resposta da Terra elástica e não-elástica a forças periódicas.

A investigação das forças geradoras de maré é um assunto complexo já que exis-

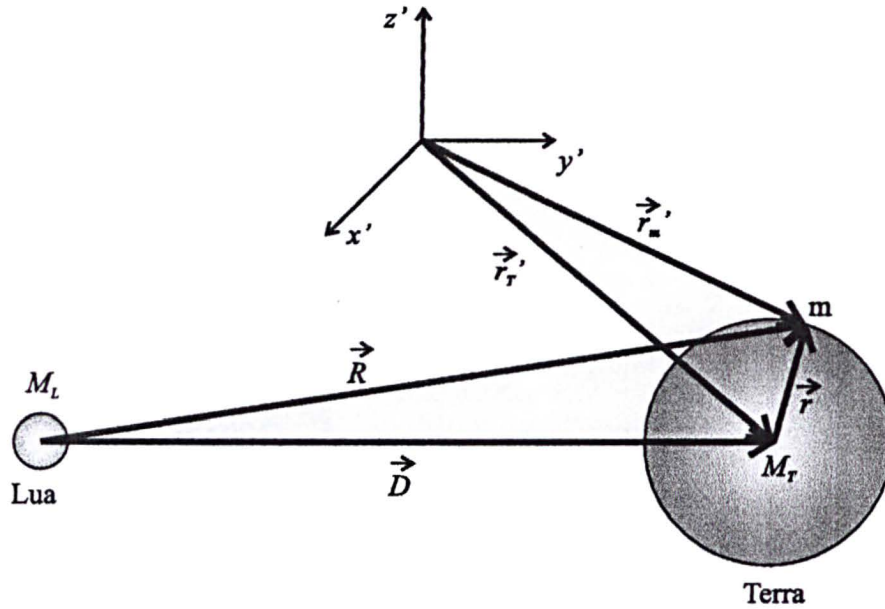
tem diversos fatores que trazem complicações aos cálculos. Um deles é o fato de não ser possível associar um sistema de referência inercial à Terra. A Terra e a Lua giram ao redor de seu centro de massa comum e juntas giram ao redor do Sol. Newton deu uma explicação adequada para o fenômeno das marés afirmando que sua origem estava nas forças gravitacionais da Lua e do Sol. A força gravitacional da Lua, exercida em qualquer corpo na superfície da Terra é muito menor que a do Sol, porém, como a Terra está muito mais perto da Lua as forças lunares geradoras de maré têm um efeito muito mais significativo sobre os oceanos. Devido ao fato de a massa da Lua ser uma considerável fração da massa da Terra (1/81), os dois corpos podem ser considerados, ao invés de um planeta com um satélite, como um sistema de planeta duplo, como é o caso, já citado anteriormente, de Plutão—Caronte. A aceleração maregráfica da Lua é um efeito peculiar na dinâmica do sistema Terra—Lua e tem importantes conseqüências de longo termo e seculares para a órbita lunar e rotação da Terra.

A explicação que se segue levará em conta apenas a ação da Lua sobre as águas dos oceanos. Assume-se primeiramente um modelo simples no qual a superfície da Terra é completamente recoberta de água, adiando para hora apropriada o efeito da rotação da Terra. Para tal fim é definido um sistema de referência inercial $x'y'z'$ como apresentado na figura 3.1. M_L e M_T são, respectivamente, as massas da Lua e da Terra, R_T o raio de uma Terra esférica e D a distância entre os centros de massa da Lua e da Terra. Considerar-se-á uma massa m na superfície da Terra e os efeitos gravitacionais da Lua e da Terra sobre ela serão analisados.

Como pode-se ver, o vetor posição da massa m em relação à Lua é \vec{R} , em relação ao centro da Terra é \vec{r} e para o sistema inercial definido anteriormente \vec{r}'_m . O vetor posição do centro de massa da Terra no sistema inercial é \vec{r}'_T . Tomando o sistema inercial como referência, a força em m devida à Terra e à Lua é

$$m\ddot{\vec{r}}'_m = -\frac{GmM_T}{r^2}\hat{\mathbf{r}} - \frac{GmM_L}{R^2}\hat{\mathbf{R}} \quad (3.1)$$

FIGURA 3.1: TERRA, LUA, SISTEMA INERCIAL E VETORES POSIÇÃO CORRESPONDENTES



De modo semelhante, a força no centro de massa da Terra causada pela Lua vale

$$M_T \ddot{\vec{r}}'_T = -\frac{GM_T M_L}{D^2} \hat{\mathbf{D}} \quad (3.2)$$

Pode-se então achar a aceleração $\ddot{\vec{r}}$ medida no sistema não inercial situado no centro da Terra. Pela figura 3.1 tem-se que

$$\ddot{\vec{r}}'_m = \ddot{\vec{r}} + \ddot{\vec{r}}'_T$$

donde

$$\ddot{\vec{r}} = \frac{m \ddot{\vec{r}}'_m}{m} - \frac{M_T \ddot{\vec{r}}'_T}{M_T} \quad (3.3)$$

Substituindo as equações 3.1 e 3.2 na expressão acima, vem

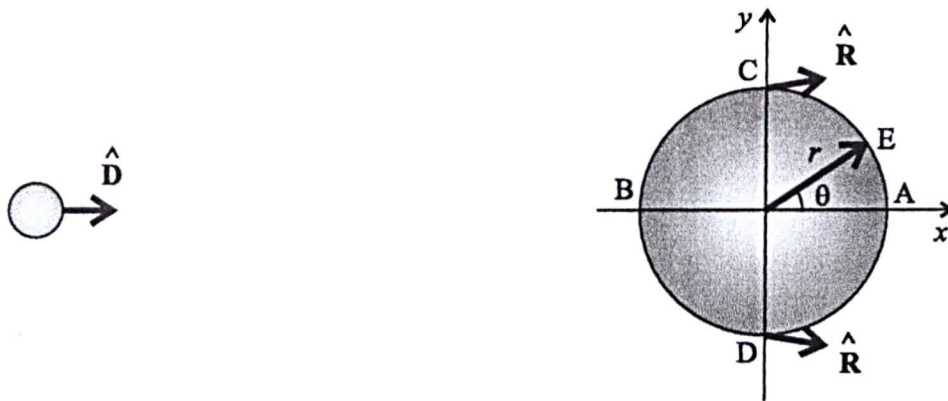
$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{GM_T}{r^2} \hat{\mathbf{r}} - \frac{GM_L}{R^2} \hat{\mathbf{R}} + \frac{GM_L}{D^2} \hat{\mathbf{D}}$$

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{GM_T}{r^2} \hat{\mathbf{r}} - GM_L \left[\frac{\hat{\mathbf{R}}}{R^2} - \frac{\hat{\mathbf{D}}}{D^2} \right]$$

O primeiro termo do segundo membro é a aceleração devida à Terra e o segundo é a aceleração devida à força de maré, a qual é responsável por produzir as marés oceânicas. A força de maré resulta da diferença entre a atração gravitacional da Lua no centro da Terra e na sua superfície.

Na figura 3.2 é dada uma visão da Terra com o eixo polar ao longo do eixo z . Nesta figura, são usadas as coordenadas polares r e θ para indicar a posição da massa m .

FIGURA 3.2: VISÃO DA TERRA COM O EIXO POLAR AO LONGO DO EIXO z



A força maregráfica \vec{F}_T na massa m localizada na superfície da Terra é, como foi visto anteriormente, dada pela expressão

$$\vec{F}_T = -GmM_L \left[\frac{\hat{\mathbf{R}}}{R^2} - \frac{\hat{\mathbf{D}}}{D^2} \right] \quad (3.4)$$

Fixando a atenção no ponto A , que é o ponto mais afastado da Lua, vê-se que ambos os versores $\hat{\mathbf{R}}$ e $\hat{\mathbf{D}}$ estão apontados no mesmo sentido para longe da Lua ao longo do eixo x . Como $R > D$, o segundo termo da equação 3.4 é predominante, e a força

maregráfica está ao longo do eixo x . Para o ponto B , $R < D$ e a força tem o mesmo valor que no ponto A , devido ao fato de $r/D \ll 1$, observando-se que ela está no sentido contrário ao do eixo x . O valor da força ao longo do eixo x é

$$F_{Tx} = -GmM_L \left[\frac{1}{R^2} - \frac{1}{D^2} \right]$$

ou, como $R = D + r$,

$$F_{Tx} = -\frac{GmM_L}{D^2} \left[\frac{1}{(1 + \frac{r}{D})^2} - 1 \right]$$

Expandindo o termo entre parênteses, tem-se

$$F_{Tx} = -\frac{GmM_L}{D^2} \left[1 - 2\frac{r}{D} + 3\left(\frac{r}{D}\right)^2 + \dots - 1 \right]$$

e permanecendo com o termo preponderante, pois r/D é da ordem de 10^{-2} , resulta que

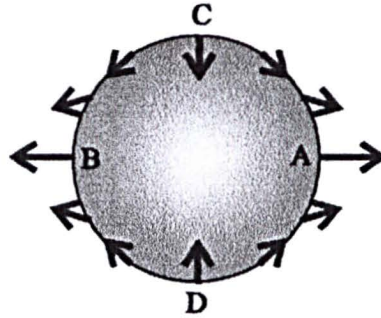
$$F_{Tx} = \frac{2GmM_L r}{D^3}$$

Para o ponto C , o versor $\hat{\mathbf{R}}$ não está exatamente ao longo de $\hat{\mathbf{D}}$, mas a componente no eixo x é praticamente cancelada, pois $R \approx D$. Haverá uma pequena componente de $\hat{\mathbf{R}}$ ao longo do eixo y , a qual pode ser aproximada por $(r/D)\hat{\mathbf{j}}$. O valor de F_{Ty} dado pela expressão 3.4 fica, então,

$$F_{Ty} = -GmM_L \left(\frac{1}{D^2} \frac{r}{D} \right) = -\frac{GmM_L r}{D^3}$$

Nota-se que esta força orienta-se em sentido contrário ao do eixo y , passando pelo centro da Terra, ao passo que, no ponto D , a força terá a mesma magnitude, porém seu sentido será o mesmo do eixo y . As forças de maré nos pontos A , B , C e D estão representadas na figura 3.3, na seqüência

FIGURA 3.3: FORÇA DE MARÉ NOS PONTOS A, B, C e D



Pode-se, ainda, representar as forças num ponto arbitrário E da seguinte maneira

$$F_{T_x} = \frac{2GmM_L x}{D^3} \quad (3.5)$$

$$F_{T_y} = -\frac{GmM_L y}{D^3} \quad (3.6)$$

Considerando, conforme figura 3.3, que $x = r \cos \theta$ e $y = r \sin \theta$, temos

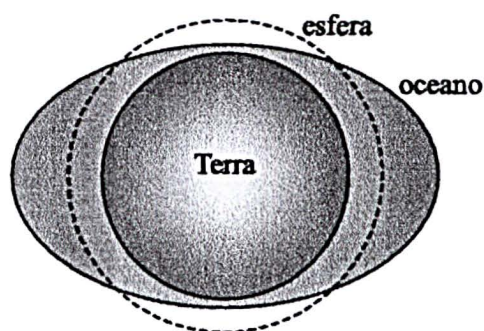
$$F_{T_x} = \frac{2GmM_L r \cos \theta}{D^3} \quad (3.7a)$$

$$F_{T_y} = -\frac{GmM_L r \sin \theta}{D^3} \quad (3.7b)$$

As equações 3.7 fornecem as forças de maré na superfície da Terra como função de θ . A figura 3.4 apresenta um panorama, se bem que exagerado, dos efeitos dessas forças.

Neste modelo simplificado, as forças geradoras de maré fazem com que as águas ao longo do eixo y sejam mais rasas que ao longo do eixo x , além de provocar um leve achatamento da massa sólida nos pólos. O cálculo da força de maré para o Sol é similar àquele desenvolvido para a Lua. Mas, apesar da força gravitacional do Sol ser em torno de 175 vezes mais intensa que a da Lua, a força de maré devida ao Sol é

FIGURA 3.4: EFEITOS DA FORÇA DE MARÉ

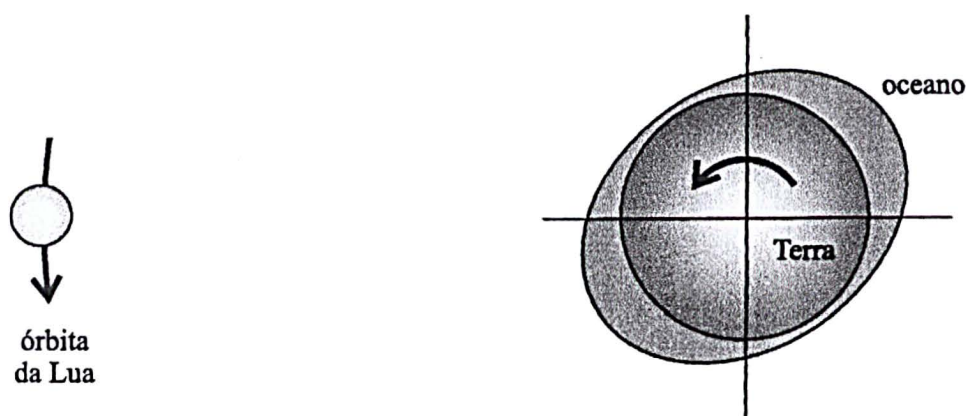


0,46 vezes menor que a força gerada pela Lua, devido à grande distância do planeta ao Sol. A porcentagem de contribuição das marés lunares e solares é de 83,8% e 16,2%, respectivamente (XIA YI-FEI; XIAO NAI-YUAN; CHENG ZHUO, 1998).

Num sistema estático, tal como discutido anteriormente, os pontos de maior protuberância estão ao longo do eixo Terra—Lua. Porém, o sistema real não é estático, a Lua gira em torno da Terra e esta por sua vez gira mais rapidamente em torno de seu eixo.

Como os oceanos estão gravitacionalmente fixados à Terra espera-se, numa primeira análise, que acompanhem seu movimento de rotação. Mas, ao mesmo tempo os oceanos são atraídos pela força gravitacional da Lua, resultando no panorama mostrado na figura 3.5 (MARION e THORNTON, 1995).

FIGURA 3.5: EFEITO REAL DAS FORÇAS DE MARÉ



Devido à sua fluidez, os oceanos não estão completamente fixados ao planeta, havendo uma interface entre o fundo das águas e a Terra; esta tentando mover-se num sentido enquanto o oceano é mantido em outro. Surge nesta interface uma força de atrito como em qualquer fenômeno de fricção entre dois corpos.

Uma parcela da energia cinética do planeta vai vagarosamente transformando-se em energia térmica. Sendo ω o valor da velocidade angular de rotação da Terra e I_T de seu momento de inércia, sua energia cinética rotacional é dada por

$$\mathcal{K} = \frac{I_T \omega^2}{2}$$

e, portanto, uma redução nesta energia faz com que a Terra sofra um decréscimo em sua velocidade angular e, conseqüentemente, em seu momento angular \vec{L} , já que

$$\vec{L}_T = I_T \vec{\omega}$$

O sistema Terra—Lua pode ser considerado um sistema isolado devido à sua grande distância em relação a outros corpos celestes obedecendo, portanto, ao princípio da conservação do momento angular. Desse modo, à diminuição do momento angular terrestre corresponde um aumento do momento angular da Lua.

Sendo F o módulo da força gravitacional entre a Terra e a Lua e G a constante de gravitação universal, de acordo com a lei de gravitação de Newton tem-se

$$F = \frac{GM_T M_L}{D^2} \quad (3.8)$$

e, portanto, a força diminui com $1/D^2$. Por outro lado, sendo v_L a velocidade orbital da Lua, a força centrípeta que mantém a Lua em órbita vale, em módulo, considerando uma órbita lunar circular,

$$F = \frac{M_L v_L^2}{D}$$

Isolando v_L na equação anterior tem-se

$$v_L = \sqrt{\frac{FD}{M_L}}$$

Substituindo nesta a equação 3.8, fica-se com

$$v_L = \sqrt{\frac{GM_T}{D}}$$

de onde pode-se ver que a velocidade cai com $1/\sqrt{D}$. O momento angular da Lua é dado por

$$\vec{L}_L = M_L[\vec{D} \times \vec{v}_L]$$

ou, em módulo,

$$L_L = M_L D v_L$$

Substituindo o valor de v_L , tem-se

$$L_L = M_L D \sqrt{\frac{GM_T}{D}}$$

ou, sendo $\mathfrak{C} = M_L^{-2}(GM_T)^{-1}$, fica-se com

$$D = \mathfrak{C} L_L^2$$

Como a Lua recebe uma quantidade adicional de momento angular, de acordo com a equação acima tem-se um acréscimo no valor de D .

Da exposição feita pode-se concluir que acontece então uma diminuição da velocidade da Lua em relação às estrelas fixas, enquanto ela sofre uma aparente aceleração em relação à Terra, já que esta diminui sua velocidade em virtude do atrito provocado pelas marés comentado anteriormente. Além disso, ocorre um afastamento

da Lua em relação à Terra e, devido a esse afastamento, as forças geradoras de maré irão gradativamente diminuindo até um ponto de equilíbrio, quando o dia terrestre terá a duração do mês lunar e um observador na Lua situado na face desta voltada para a Terra verá sempre a mesma face da Terra voltada para ele (MARION E THORNTON, 1995).

Resultados de GOLDREICH (1972) mostram que a Lua irá continuar a se afastar da Terra até alcançar uma distância de $75 R_T$ e, segundo SANT'ANNA e AFONSO (1998), isto acontecerá daqui a bilhões de anos, para uma distância de cerca de $84,8 R_T$.

XIA YI-FEI; XIAO NAI-YUAN; CHENG ZHUO (1998) realizaram um estudo, utilizando o método Hamiltoniano, sobre a variação secular da rotação da Terra. Estes cientistas também afirmam que a Terra, sendo um corpo elástico, deforma-se sob a ação dos potenciais de maré da Lua e do Sol, levando a mudanças na taxa de rotação da Terra. Assim, chegaram à conclusão que o valor da desaceleração secular do planeta (teoricamente avaliado por eles em $5,7 \times 10^{-22} \text{ rad/s}^2$), é resultado de uma contribuição muito mais significativa da Lua que do Sol, como deveria ser, devido à maior proximidade da Lua à Terra.

4. VELOCIDADE DE ROTAÇÃO DA TERRA

O objetivo deste capítulo é mostrar como é possível aos cientistas e pesquisadores que investigam a dinâmica do sistema Terra—Lua determinar as variações na velocidade de rotação do planeta e a taxa de afastamento da órbita lunar ao longo de sua história.

Os principais movimentos da Terra são os de rotação e de translação em torno do Sol. Estas velocidades valem, atualmente, aproximadamente 1 674,30 e 107 496,57 km/h, respectivamente.

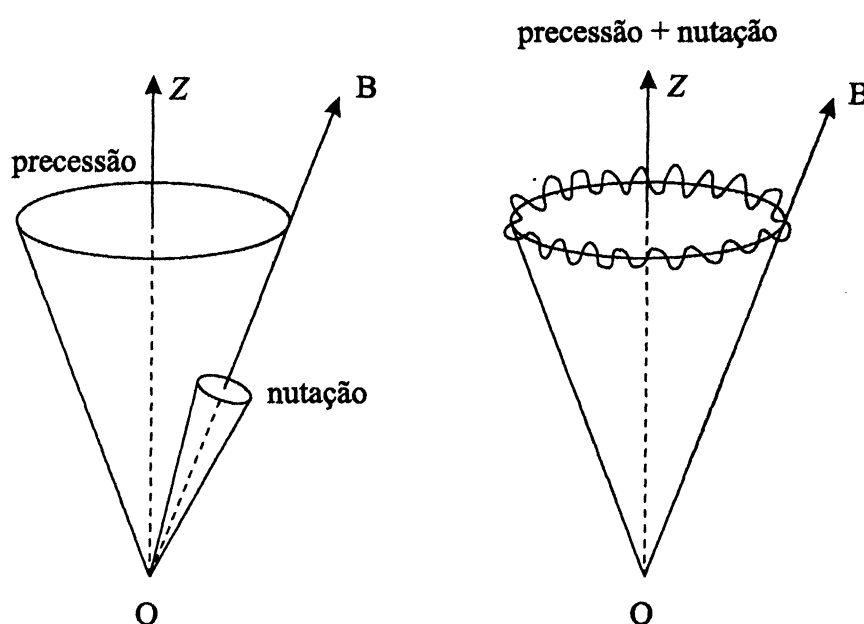
As marés luni-solares influenciam a rotação da Terra de várias maneiras. As mais conhecidas variações são a precessão e nutação astronômica do eixo de rotação da Terra no espaço (figura 4.1). Devido a isto, e ao fato da Terra não ser esférica, é que se dá o fenômeno da precessão luni-solar. Tal fenômeno pode ser visualizado como o movimento de um pião, o qual gira em torno do eixo OB que está inclinado em relação à vertical OZ. Surge um torque em relação a O, o que dá a impressão que o pião irá cair sobre a superfície em que ele está girando, o que não ocorre devido à sua velocidade. O eixo OB gira uniformemente em torno do eixo OZ, de modo que B descreve uma circunferência de centro em Z e o eixo OB, por sua vez, descreve uma superfície cônica. Este movimento, que é denominado precessão, acontece na Terra que, pelo fato de estar girando, faz com que os pólos Norte e Sul descrevam circunferências com os centros sobre o eixo da eclíptica. O efeito da Lua superpõe-se ao da atração do Sol, dando origem à precessão luni-solar. Os pólos celestes giram em torno da eclíptica com um período de aproximadamente 25 800 anos ou seja, o ponto vernal sofre um deslocamento retrógrado de 50,291" por ano, chamado de precessão dos equinócios, a qual afeta o comprimento do ano tropical, bem como o comprimento do dia sideral.

A órbita terrestre não é circular, ocasionando variações periódicas na distância

Terra—Sol, o mesmo ocorrendo com a Lua, fazendo com que a intensidade das forças de atração também sofram variações periódicas. Ademais, a órbita da Lua não coincidindo com a eclíptica, provoca alterações também periódicas na direção das forças atrativas. O fenômeno resultante é conhecido como nutação, que é o movimento periódico dos pólos celestes com uma amplitude de $9''$ e período principal de aproximadamente 18,6 anos. A nutação superposta à precessão luni-solar impõe um movimento ondulatório aos pólos celestes. A nutação possui duas componentes: nutação em longitude, representada por $d\psi$, causada pelas variações da intensidade da força atrativa, e nutação em obliquidade, $d\epsilon$, causada pelo efeito da variação na direção desta força (HAY, BILLS e CHAO, 1999).

A precessão astronômica acoplada à gravitação externa de outros planetas do sistema solar, suavemente perturba os parâmetros de rotação da Terra de uma maneira periódica. Conhecidos como ciclos de Milankovitch, acredita-se serem a causa das eras glaciais (HAYS; IMBRIE e SHAKLETON, 1976). Estas perturbações, tipicamente têm periodicidades de dez a centenas de milhares de anos.

FIGURA 4.1: PRECESSÃO E NUTAÇÃO



4.1 DETERMINAÇÃO DA VELOCIDADE DE ROTAÇÃO DA TERRA

Conhecer a velocidade de rotação da Terra em qualquer tempo, seja no presente ou no passado, requer a combinação de esforços calcados na teoria, advinda de diversas áreas da ciência, e na observação.

4.1.1 Determinação da Velocidade de Rotação da Terra no Passado

WELLS (1963) defende a idéia de que o exame de fósseis possibilita a determinação de ciclos vitais de corais que viveram há milhões de anos. Uma vez que estes ciclos vitais são regulados por períodos astronômicos como o ano trópico, o mês sinódico e o dia solar, torna-se possível determinar a duração destes intervalos de tempo na época em que estes corais viveram. No entanto, segundo os estudiosos do assunto, existem muitas dúvidas acerca da confiabilidade de dados paleontológicos. De acordo com SCRUTTON (1978), valores paleomaregráficos e paleorotacionais obtidos de fósseis "deveriam ser tratados muito mais como aproximações do que como quantidades precisas para análises matemáticas". A validade destes dados têm sido contestadas também por outros cientistas, tais como LAMBECK (1980).

Uma nova metodologia para as análises paleontológicas da rotação da Terra e órbita da Lua baseada em ritmitas cíclicos de origem maregráfica foi introduzida na década de 80 por WILLIAMS (1989, 2000). Os ritmitas cíclicos são constituídos por finas camadas ou lâminas de arenitos finamente granulados, rochas de lodo ou lama, e apresentam variações periódicas na espessura, as quais refletem uma forte influência da maré na sedimentação, fornecendo portanto, informações sobre a paleorotação da Terra e órbita lunar na era pré-cambriana. Eles podem registrar períodos que são atribuídos a tipos e padrões de maré, os quais evitam algumas das incertezas associadas a dados paleontológicos. Partindo da análise de séries temporais derivadas de dados baseados nessas deposições, WILLIAMS (1989, 2000), discute as implicações geofísicas de dados paleomaregráficos, e mostra como esse estudo pode fornecer

informações a respeito do *LOD* e, eventualmente, permitir um traçado da órbita lunar perto do tempo da origem da Lua. Para validar seus resultados ele realiza testes de auto-consistência interna através da aplicação das leis da Mecânica Celeste, fazendo uso da Terceira Lei de Kepler e da equação que relaciona a perda de momento angular em virtude do atrito gerado pelas marés lunares e solares com a variação de momento angular orbital da Lua.

STEPHENSON e MORRISON (1995), a partir da análise de observações de eclipses datadas desde 2500 anos atrás, mostraram que o *LOD* está sofrendo um gradativo aumento. Eles afirmam que as possíveis causas podem ser: variações no momento de inércia do planeta e trocas de momento angular entre o manto da Terra e o núcleo ou a hidrosfera. Para um melhor entendimento dos mecanismos geofísicos responsáveis por mudanças de longo termo na rotação da Terra, mais investigações de registros de eclipses antigas e medievais e outros eventos (e. g. ocultações de estrelas e planetas pela Lua) são necessárias.

4.1.2 Determinação da Velocidade de Rotação da Terra no Presente

A orientação da Terra é usualmente definida usando cinco grandezas denominadas Parâmetros de Rotação da Terra (*EOP - Earth Orientation Parameters*), a saber: coordenadas das Efemérides do Pólo Celeste (*CEP - Celestial Ephemeris Pole*), Desvios do Pólo Celeste ($d\psi$ e $d\epsilon$ - *Celestial Pole Offsets*) e o Tempo Universal 1 (*UT1 - Universal Time*).

Atualmente o órgão responsável pelo fornecimento dos parâmetros de rotação da Terra é o *IERS*.

O *IERS* é um órgão que faz parte da Federação de Serviços de Análise de Dados Astronômicos e Geodésicos (*FAGS - Federation of Astronomical and Geophysical data analysis Services*) e foi estabelecido em 1987 pela União Astronômica Internacional (*IAU - International Astronomical Union*) e União Internacional de Geodésia e Geofísica (*IUGG - International Union of Geodesy and Geophysics*) e começou a ope-

rar em janeiro de 1988. Seu principal objetivo é servir às comunidades astronômicas, geodésicas e geofísicas, fornecendo, entre outras coisas, os parâmetros de rotação da Terra necessários para o estudo e modelagem de suas variações. O *IERS* é responsável por um largo espectro de atividades executadas por organizações governamentais e comerciais selecionadas. Ele coleta, arquiva e distribui produtos para satisfazer as necessidades de uma abrangente faixa de aplicações, além de fornecer dados para pesquisas e experimentação. Entre esses produtos incluem-se dados mensais e diários, quase em tempo real, de estimativa de dados de orientação da Terra e suas previsões, dados relacionados aos fluidos geofísicos globais, tais como distribuição de massa e do momento angular, e dados referentes à orientação da Terra, abrangendo longos períodos de tempo.

A precisão desses dados é suficiente para dar suporte a objetivos técnicos e científicos atuais, entre os quais estão o monitoramento e modelagem da orientação e rotação da Terra e deformação da Terra sólida, o monitoramento de variações de massa nos fluidos geofísicos, incluindo a atmosfera e a hidrosfera, a determinação de órbitas de satélites artificiais, além de pesquisas geofísicas e atmosféricas e estudos da interação dinâmica entre fluidos geofísicos e Terra sólida.

O *IERS* realiza sua missão através de vários órgãos, entre os quais estão os Centros de Técnica (*TC - Technique Centers*). Os *TC* geralmente são serviços autônomos que cooperam com o *IERS* e se responsabilizam por desenvolver e organizar as atividades de cada uma das técnicas observacionais de modo a alcançar os objetivos dos serviços. Eles têm o compromisso de gerar, sem interrupção:

- dados operacionais num intervalo de tempo estabelecido, exercendo total controle sobre as observações a partir de suas técnicas específicas;
- arquivamento e controle de qualidade dessas observações;
- processamento de dados, e

- informações recebidas de suas organizações participantes.

Exemplos de *TC* são os serviços específicos de várias técnicas internacionais, tais como, Serviço Internacional de Rastreamento a Laser (*ILRS - International Laser Ranging Service*), Serviço Internacional *VLBI* para Geodésia e Astronomia (*IVS - International VLBI Service for Geodesy and Astrometry*), Orbitografia Doppler e Radioposicionamento Integrado por Satélite (*DORIS - Doppler Orbitography and Radio Positioning Integrated by Satellite*) e o Serviço Internacional *GPS* (*IGS - International GPS Service*).

As informações sobre os parâmetros de orientação da Terra que vêm sendo fornecidas pelo *IERS* são derivadas de técnicas espaciais de observação, muitas das quais incluem satélites orbitando em torno da Terra. Estas técnicas serão comentadas na sequência.

Os dados sobre os parâmetros de rotação da Terra, até que alcancem os usuários, passam por processamentos bastante complexos através de órgãos pertencentes ao *IERS*. Os *TC*, responsáveis por desenvolver e organizar as atividades de cada uma das técnicas observacionais, enviam seus resultados aos Centros de Produtos (*PC - Product Centers*). Tais centros responsáveis pelos produtos do *IERS* são:

- Centro de Orientação da Terra: responsável pelo monitoramento de parâmetros de orientação da Terra abrangendo longos períodos de tempo, publicações para disseminação de tempo e divulgação de dados a intervalos de poucos segundos.
- Centro de Predição e Serviços Rápidos: responsável por publicações de boletins quase diários de parâmetros preliminares e previstos de orientação da Terra.
- Centro de Convenções: responsável pela manutenção dos modelos, constantes e padrões convencionais *IERS*.
- Centro de Combinação de Pesquisas: responsável pela combinação de dados e

produtos provenientes das diferentes técnicas. Os resultados dessas combinações são repassados ao coordenador de análises.

- Centro de Combinação de Análises: responsável pela durabilidade e consistência interna dos sistemas de referência *IERS*, por assegurar a combinação apropriada dos produtos dos *TC* num conjunto único de produtos oficiais do *IERS*, por arquivar os produtos no escritório central e por monitorar as atividades dos *TC* e *PC*.

Depois de passar por todas essas etapas resumidamente descritas aqui, finalmente chegam, aos usuários, várias informações importantes, entre as quais, os valores da velocidade de rotação da Terra.

4.1.2.1 Técnicas de Observação

- *ILRS*

O *ILRS* foi estabelecido em 1998 em Deggendorf, Alemanha. Ele provê satélites globais e dados referentes a distâncias lunares medidas a laser. Esses resultados apóiam atividades de pesquisa geodésica e geofísica e mantêm a acurácia do Sistema Internacional de Referência Terrestre (*ITRF - International Terrestrial Reference Frame*). O *ILRS* coleta, arquivava e distribui o conjunto de dados de observação *SLR* e *LLR*, com acurácia suficiente para satisfazer os objetivos de uma ampla classe científica, entre os quais citam-se:

- monitoramento tridimensional de deformação e rotação da Terra sólida e movimento do pólo;
- variações geradas pela maré na distribuição de massa atmosférica;
- observações de astrometria, incluindo determinação do ponto vernal dinâmico, obliquidade da eclíptica e a constante de precessão;
- física lunar, incluindo a dissipação de energia rotacional,

- forma do limite núcleo-manto (número de Love k_2), e
- parâmetros de orientação da Terra.

Esses conjuntos de dados são usados pelo *ILRS* para gerar vários resultados científicos, tais como parâmetros de rotação da Terra (movimento do pólo e duração do dia) e parâmetros de orientação lunares.

- *SLR*

O *SLR* é uma técnica espacial bastante aplicada à Geodésia e que é capaz de medir, com excelente precisão, a distância entre uma estação terrestre e um satélite. Como essas medidas de distâncias são tomadas de estações *SLR* situadas em vários continentes, é possível determinar o movimento de placas tectônicas em uma escala global, as órbitas dos satélites, posições em relação ao centro de gravidade da Terra e, ainda, os parâmetros de rotação da Terra.

- *LLR*

Desde 1969 é possível determinar distâncias precisas entre a Terra e a Lua através de técnicas de medidas de distâncias baseadas em laser. Durante a missão espacial americana, três conjuntos de refletores foram instalados na superfície da Lua e apontados para a Terra. Os conjuntos consistem de:

- 100 refletores (julho de 1969, Apolo 11);
- 100 refletores (fevereiro de 1971, Apolo 14);
- 300 refletores (julho de 1971, Apolo 15).

Os três conjuntos de refletores formam um triângulo na superfície da Lua, cujos lados medem 950, 1 100 e 1 250 km. Além deles, dois refletores franceses (L17 e L21), foram instalados por duas missões lunares soviéticas (1970 e 1973).

A técnica *LLR* contribui para o estudo das seguintes questões:

- determinação de coordenadas de estações de rastreo e selenocêntricas dos refletores;
- monitoramento da rotação da Terra e do movimento do pólo e de placas tectônicas;
- teorias de precessão e nutação para deformação da Terra;
- determinação da órbita, rotação e libração da Lua;
- cálculo dos coeficientes harmônicos do campo da gravidade lunar e da massa combinada Terra—Lua, e
- controle de teorias gravitacionais relativísticas.

Com base nas longas séries de distâncias precisas da Lua é possível calcular efemérides muito precisas da órbita lunar, o que permite análise acurada das eclipses solares desde 1400 a. C.

- *IGS - International GPS Service*

O *IGS* é uma organização científica não-governamental, estabelecido em 1990 pela Associação Internacional de Geodésia (*IAS - International Association of Geodesy*). Os objetivos principais do *IGS* são (MUELLER, apud MONICO, 2000)

- prover a comunidade científica com órbitas dos satélites *GPS* altamente precisas;
- expandir geograficamente o *ITRF* mantido pelo *IERS*;
- monitorar globalmente as deformações da crosta terrestre; e
- prover parâmetros de rotação da Terra de alta resolução.

Faz parte do *IGS* uma rede global, com mais de 200 estações *GPS*, rastreando continuamente os satélites *GPS*. As observações coletadas pelo *IGS* têm permitido estudar a dinâmica da Terra em âmbito global.

Faz parte do IGS o NAVSTAR-GPS (*NAVigation System with Time And Ranging - Global Positioning System*), que é um sistema de navegação através de sinais de rádio baseado numa constelação básica de 24 satélites artificiais e administrado pela Força Aérea Americana. Foi desenvolvido, em princípio, para atender aos interesses militares americanos. Entretanto, pelo seu grande potencial, estendeu-se a setores não-militares.

A idéia básica do sistema de navegação consiste na medida das distâncias entre o usuário e, no mínimo, quatro satélites. Conhecendo-se as coordenadas dos satélites num sistema de referência apropriado é possível calcular as coordenadas da antena do usuário neste mesmo sistema. Para maiores detalhes consultar LEICK (1990), SEEGER (2003) e MONICO (2000).

- *VLBI*

A técnica *VLBI* mede a diferença de tempo na chegada de sinais de microondas de fontes de rádio extragaláticas (quasares¹ recebidas em dois ou mais rádio-observatórios. Usando um grande número de medidas de diferenças de tempo, com precisão de poucos picosegundos, a partir de muitos quasares observados com uma rede mundial de antenas, o *VLBI* permite a determinação de uma rede de referência inercial definida por estes quasares, a posição relativa das antenas com precisão de poucos milímetros e a posição dos quasares com frações de milissegundos de arco. Como as antenas estão fixas na Terra, suas posições fornecem a orientação instantânea da Terra na rede de referência inercial. Mudanças relativas nas posições das antenas em uma série de medidas indicam movimento de placas tectônicas, deformação regional e subelevação ou subsidência local.

Variações na orientação da Terra são devidas à combinação de efeitos produzidos pelas mudanças no momento angular da Terra. Isto inclui a troca entre o

¹ *QUASAR - QUAsi Stellar Astronomical Radiosource*) é um astro de aparência quase-estelar cujo espectro apresenta um forte deslocamento para o vermelho.

momento angular da Terra sólida e os momentos angulares da atmosfera, dos oceanos e do núcleo fluido, bem como variações na forma da Terra, na carga glacial, oceânica e atmosférica. Além disso as forças gravitacionais do Sol e da Lua causam nutação e precessão e, a resposta da Terra a estas forças externas depende da sua estrutura interna. Por isso, medidas precisas de *VLBI* são equivalentes à sonda mais precisa de profundidade.

As alterações na orientação da Terra no espaço inercial possuem, portanto, duas causas principais: as forças gravitacionais do Sol e da Lua e a redistribuição do momento angular total entre a Terra sólida, o oceano e a atmosfera. Utilizando dados fornecidos pelo *VLBI*, os cientistas modelam fenômenos relativos ao momento angular atmosférico, correntes e marés oceânicas e o efeito elástico da Terra sólida.

- *DORIS*

O *DORIS* foi desenvolvido para determinação de órbitas e posicionamento precisos na Terra. Constitui um sistema de posicionamento desenvolvido e monitorado pelo Centro Nacional de Estudos Espaciais (*CNES - Centre National d'Etudes Spatiales*) com a cooperação do Instituto Nacional Geográfico (*IGN - Institut Géographique National*) e do Grupo de Pesquisa em Geodésia Espacial (*GRGS - Groupe de Recherche en Géodésie Spatiale*).

Entre as várias aplicações do *DORIS* estão a determinação precisa de órbitas para satélites de órbitas baixas, a determinação da densidade de elétrons da ionosfera, a manutenção da acessibilidade e aperfeiçoamento do *ITRF*, o auxílio na compreensão da dinâmica da Terra sólida, o monitoramento de geleiras e vulcões, o aperfeiçoamento no modelamento do campo de gravidade da Terra e da ionosfera e, ainda, o monitoramento da rotação da Terra.

4.2 MODELOS PARA EVOLUÇÃO DO SISTEMA TERRA—LUA

Apresentam-se, aqui, resumidamente, alguns modelos para o estudo da velocidade de rotação da Terra desenvolvidos por outros pesquisadores.

4.2.1 Modelo de Mignard

MIGNARD (1978, 1979, 1980), apresentou um modelo para estudo da evolução dinâmica do sistema Terra—Lua, no qual utilizou um valor constante em relação ao tempo para o atraso de resposta da maré Δt .

A resposta da Terra à força de atração da Lua, caracterizada pela formação dos bulbos de maré não é imediata, demorando um tempo Δt para ocorrer, o qual corresponde ao intervalo de tempo entre o instante em que a Terra “sente” a força gravitacional exercida pela Lua e o instante em que a maré é formada sobre a superfície do planeta como reação à ação do satélite natural (SANT’ANNA e AFONSO, 1998). O valor para o atraso de resposta do planeta Terra utilizado atualmente é aproximadamente 10 min (XIA YI-FEI; XIAO NAI-YUAN; CHENG ZHUO, 1998).

O uso de um Δt constante conduz a um ponto de “máxima aproximação” da Lua à Terra num tempo em torno de 2 bilhões de anos no passado, gerando, portanto, um problema, já que é consenso, atualmente entre os pesquisadores da área, que o sistema Terra—Lua foi formado há cerca de 4,52 bilhões de anos. Além disso, Mignard afirma em um desses artigos, que o atraso de resposta de maré deve ter sido bem diferente no passado, apesar de usá-lo constante.

Em seus dois primeiros artigos, este pesquisador direcionou seu estudo à evolução de um sistema planeta—satélite, enfocado como um problema de dois corpos isolados, o que significa que foram desprezados os efeitos de outras perturbações, tais como as solares. Já, em seu terceiro artigo, ele faz uma investigação do fenômeno enfocando o problema dos três corpos, a saber, Terra, Lua e Sol. Seus resultados mostram que no passado a inclinação da órbita para a eclíptica era maior, além de

mostrar uma maior proximidade da Lua com a Terra.

No capítulo 6, que trata dos resultados e discussões do presente trabalho, são apresentados gráficos referentes ao modelo de Mignard, objetivando comparações entre resultados.

4.2.2 Modelo de Sant'Anna e Afonso

SANT'ANNA e AFONSO (1998) apresentaram um desenvolvimento, baseado nos estudos de MIGNARD (1978, 1979 e 1980) para encontrar um conjunto de equações diferenciais da Mecânica Celeste que descrevem a dinâmica de três variáveis, a saber: o raio médio da órbita lunar (a), a excentricidade da órbita (e) e a inclinação do plano orbital da Lua (i). Faz-se, aqui, um resumo deste estudo.

4.2.2.1 Equações da Mecânica Celeste

O potencial perturbador causado pelas marés num ponto qualquer da Terra, considerando uma resposta instantânea, numa primeira aproximação é dado, de acordo com MIGNARD (1979), por

$$U(\vec{r}_P) = \sum_{l=2}^{\infty} k_l \frac{GM_L R_T^{2l+1}}{r_P^{l+1} r_L^{l+1}} P_l \left(\frac{\vec{r}_P \cdot \vec{r}_L}{r_P r_L} \right)$$

sendo k_l o número de Love de grau l , G a constante gravitacional, M_L é a massa da Lua, R_T o raio equatorial da Terra, \vec{r}_L o vetor posição da Lua em relação ao centro de massa da Terra, \vec{r}_P o vetor posição do ponto onde se deseja o potencial e P_l o polinômio de Legendre de ordem l .

A força e o torque perturbadores são dados por

$$\vec{\mathcal{F}} = \sum_2^{\infty} \vec{\mathcal{F}}_l$$

$$\vec{\mathcal{T}} = \sum_2^{\infty} \vec{\mathcal{T}}_l$$

onde

$$\vec{\mathcal{F}}_l = -GM_L^2 k_l \Delta t R_T^{2l+1} \frac{1}{r_P^{2(l+3)}} \left[\frac{(l+1)(l+2)}{2} (\vec{r}_P \cdot \vec{v}_L) \vec{r}_P + \frac{l(l+1)}{2} r_P^2 (\vec{v}_L + \vec{r}_P \times \vec{\omega}) \right]$$

e

$$\vec{\mathcal{T}}_l = \vec{r}_P \times \vec{\mathcal{F}}_l$$

$$\vec{\mathcal{T}}_l = -GM_L^2 k_l \Delta t R_T^{2l+1} \frac{1}{r_P^{2(l+1)}} \left\{ \frac{l(l+1)}{2} [(\vec{r}_P \cdot \vec{\omega}) \vec{r}_P - r_P^2 \vec{\omega} + \vec{r}_P \times \vec{v}_L] \right\}$$

sendo \vec{v}_L a velocidade translacional da Lua.

A fim de obter as equações dinâmicas do sistema Terra—Lua, foi utilizado o formalismo Gaussiano para perturbações. Além disso, foram consideradas as três componentes, mutuamente perpendiculares, \mathcal{R} , \mathcal{S} e \mathcal{W} da aceleração perturbadora \mathcal{F}/μ , onde μ é a massa reduzida do sistema. As três componentes são dadas por

$$\mathcal{R} = \sum_2^{\infty} \mathcal{R}_l$$

$$\mathcal{S} = \sum_2^{\infty} \mathcal{S}_l$$

$$\mathcal{W} = \sum_2^{\infty} \mathcal{W}_l$$

onde

$$\begin{aligned}\mathcal{R}_l &= \frac{\vec{\mathcal{F}}_l \cdot \vec{r}_P}{\mu r_P} \\ \mathcal{S}_l &= \frac{\vec{\mathcal{F}}_l \cdot (\vec{L}_L \times \vec{r}_P)}{\mu |\vec{L}_L \times \vec{r}_P|} \\ \mathcal{W}_l &= \frac{\vec{\mathcal{F}} \cdot \vec{L}_L}{\mu L_L}\end{aligned}$$

e

$$\vec{L}_L = M_L \vec{r}_P \times \vec{v}_L$$

de modo que

$$L_L = M_L n a^2 \sqrt{1 - e^2}$$

onde n , o movimento angular médio da Lua, é dado por

$$n = \sqrt{\frac{GM_T}{a^3}}$$

sendo a o raio médio orbital lunar, e a excentricidade da órbita, \vec{L}_L o momento angular orbital da Lua e L_L a norma deste vetor.

Considerando a relação

$$\vec{L}_M \cdot (\vec{r}_P \times \vec{\omega}) = M_L r_P n a^2 \omega \sqrt{1 - e^2} \cos(\bar{\omega} + \nu) \sin I$$

onde I é o ângulo entre o plano orbital da Lua e o plano equatorial da Terra (apresentados na figura 4.2), $\bar{\omega}$ é a longitude do perigeu medida a partir do nodo ascendente e ν é a anomalia verdadeira do satélite natural, chega-se a

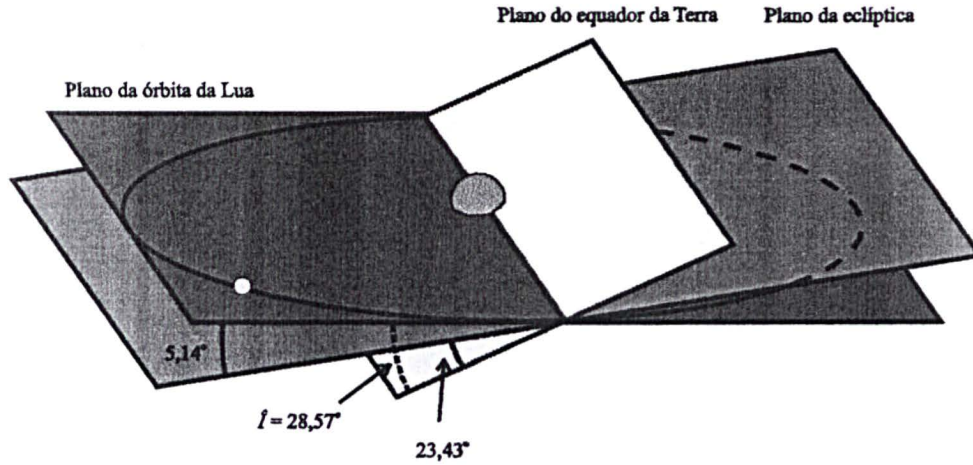
$$\mathcal{R}_l = -\frac{GM_L^2 k_l \Delta t R_T^{2l+1} (l+1)^2 n e}{\mu a^{2l+3} \sqrt{1 - e^2}} \left(\frac{a}{r_P}\right)^{2l+4} \sin \nu$$

$$S_l = -\frac{GM_L^2 k_l \Delta t R_T^{2l+1} l(l+1)}{2\mu} \left[\frac{n\sqrt{1-e^2}}{a^{2l+3}} \left(\frac{a}{r_P}\right)^{2l+5} - \frac{\omega \cos I}{a^{2l+3}} \left(\frac{a}{r_P}\right)^{2l+3} \right]$$

e

$$\mathcal{W}_l = -\frac{GM_L^2 k_l \Delta t R_T^{2l+1} l(l+1) \omega}{2\mu a^{2l+3}} \left(\frac{a}{r_P}\right)^{2l+3} \cos(\bar{\omega} + \nu) \sin I$$

FIGURA 4.2: PLANO EQUATORIAL DA TERRA, PLANO DA ECLÍPTICA E PLANO ORBITAL DA LUA



As equações dinâmicas, de acordo com o formalismo de Gauss, são

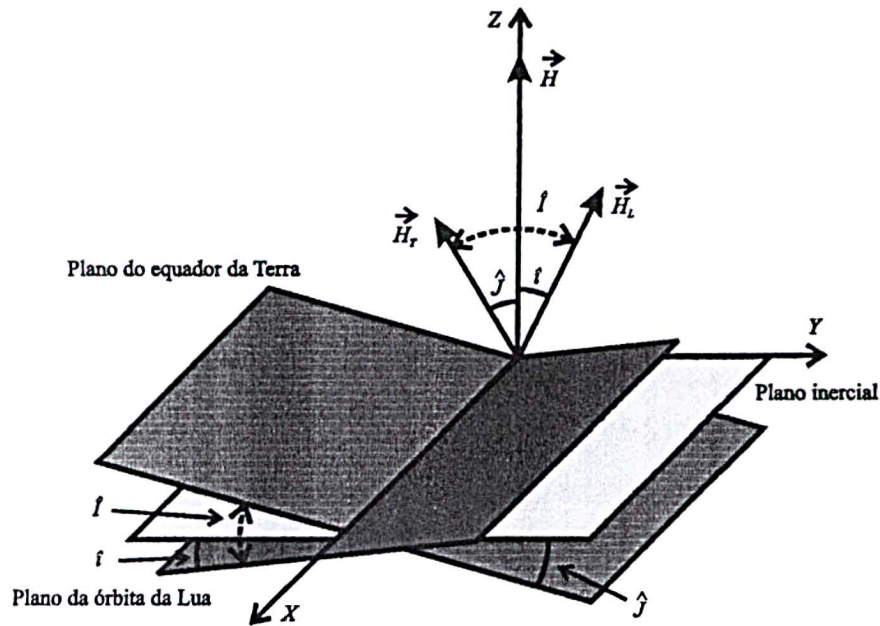
$$\frac{da}{dt} = \frac{2}{n\sqrt{1-e^2}} \left[\mathcal{R} e \sin \nu + (1-e^2) \frac{a}{r_P} \mathcal{S} \right] \quad (4.1a)$$

$$\frac{de}{dt} = \frac{\sqrt{1-e^2}}{na} \left[\mathcal{R} \sin \nu + \mathcal{S} \left(\frac{1}{e} - \frac{r_P}{ea} + \cos \nu \right) \right] \quad (4.1b)$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{r_P \cos(\bar{\omega} + \nu)}{na^2 \sqrt{1-e^2}} \mathcal{W} \quad (4.1c)$$

onde i corresponde à inclinação do plano orbital da Lua em relação ao plano inercial, o qual é ortogonal ao momento angular total do sistema Terra—Lua (figura 4.3).

FIGURA 4.3: PLANO EQUATORIAL DA TERRA, PLANO ORBITAL DA LUA E PLANO INER-CIAL



Seguindo o formalismo dos coeficientes de Hansen, as equações 4.1 foram expandidas em séries finitas de potências de e . Deste modo, chega-se às seguintes expressões

$$\frac{dX}{dt} = \frac{24\pi^2 k_2 M_L^2 \Delta t}{M_T \mu P^2 X^7} \left[-\frac{1}{(1-e^2)^{\frac{13}{2}}} \left(1 + \frac{31}{2}e^2 + \frac{255}{8}e^4 + \frac{185}{16}e^6 + \frac{25}{64}e^8 \right) + \frac{\omega \cos I}{n(1-e^2)^6} \left(1 + \frac{15}{2}e^2 + \frac{45}{8}e^4 + \frac{5}{16}e^6 \right) \right] \quad (4.2a)$$

$$\frac{de}{dt} = \frac{12\pi^2 k_2 M_L^2 \Delta t}{M_T \mu P^2 X^8} \left[-\frac{e}{(1-e^2)^{\frac{13}{2}}} \left(9 + \frac{135}{4}e^2 + \frac{135}{8}e^4 + \frac{45}{64}e^6 \right) + \frac{\omega \cos I}{n(1-e^2)^5} \left(\frac{11}{2} + \frac{33}{4}e^2 + \frac{11}{16}e^4 \right) \right] \quad (4.2b)$$

$$\frac{di}{dt} = -\frac{6\pi^2 k_2 M_L^2 T \Delta t \sin i}{M_T^2 P^2 \alpha X^{\frac{13}{2}} (1 - e^2)^5} \left(1 + 3e^2 + \frac{3}{8}e^4\right) \quad (4.2c)$$

onde

$$X = \frac{a}{R_T},$$

é a distância Terra—Lua normalizada em termos de R_T , e

$$P = 2\pi \sqrt{\frac{R_T^3}{GM_T}}$$

além de

$$T = L(GM_T M_L^2 R_T)^{-\frac{1}{2}} \quad \alpha = \frac{\mathcal{I}_p}{M_T R_T^2} \quad \mathcal{I}_p = \frac{L_T}{\omega}$$

sendo \mathcal{I}_p o momento principal de inércia da Terra, \vec{L}_T o seu momento angular de rotação e \vec{L} o momento angular total do sistema Terra—Lua.

4.2.2.2 Expressão para o Atraso de Resposta de Maré Δt

Foi desenvolvida por esses pesquisadores uma expressão para o atraso de resposta de maré $\Delta t = \Delta t(X, e, i)$, como segue

$$\Delta t = \frac{K\omega}{\mathfrak{F}(X, e, i)} \quad (4.3)$$

onde, baseados nos estudos de WELLS (1963), foi suposta uma dependência linear entre ω e $\dot{\omega}$. Deste modo,

$$K\omega = \dot{\omega}$$

sendo $K = -1,9 \times 10^{-4} \text{ Ma}^{-1}$.

A velocidade de rotação ω é dada por

$$\omega = \frac{1}{\beta \cos I} \left(\frac{GM}{R_T^3} \right)^{\frac{1}{2}} \left[T \cos i - X^{\frac{1}{2}} \sqrt{1 - e^2} \right] \quad (4.4)$$

e, sendo

$$\beta = \alpha \frac{M}{m}$$

tem-se as seguintes expressões auxiliares:

$$\mathfrak{F}(X, e, i) = \frac{m\sqrt{GM}}{M\alpha R_T^{\frac{3}{2}} \cos I} \left[-T\bar{i} \sin i + \frac{e\bar{e}\sqrt{X}}{\sqrt{1-e^2}} - \frac{\bar{X}\sqrt{1-e^2}}{2\sqrt{X}} + \frac{\bar{D}\sqrt{X(1-e^2)}}{\cos I} - \frac{\bar{D}T \cos i}{\cos I} \right] \quad (4.5)$$

$$\bar{X} = \frac{24\pi^2 k_2 M_L^2}{M_T \mu P^2 X^7} \left[\frac{\omega \cos I}{n(1-e^2)^6} \left(1 + \frac{15}{2}e^2 + \frac{45}{8}e^4 + \frac{5}{16}e^6 \right) - \frac{1}{(1-e^2)^{\frac{15}{2}}} \left(1 + \frac{31}{2}e^2 + \frac{255}{8}e^4 + \frac{185}{16}e^6 + \frac{25}{64}e^8 \right) \right]$$

$$\bar{i} = -\frac{6\pi^2 k_2 M_L^2 T \sin i}{M_T^2 P^2 \alpha X^{\frac{13}{2}} (1-e^2)^5} \left(1 + 3e^2 + \frac{3}{8}e^4 \right)$$

$$\bar{e} = \frac{12\pi^2 k_2 M_L^2}{M_T \mu P^2 X^8} \left[\frac{\omega \cos I}{n(1-e^2)^5} \left(\frac{11}{2} + \frac{33}{4}e^2 + \frac{11}{16}e^4 \right) - \frac{e}{(1-e^2)^{\frac{13}{2}}} \left(9 + \frac{135}{4}e^2 + \frac{135}{8}e^4 + \frac{45}{64}e^6 \right) \right]$$

$$\bar{D} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{2T^2 \sqrt{X} e \bar{e} \sin^2 i}{\sqrt{1-e^2}} - \frac{T^2 \bar{X} \sqrt{1-e^2} \sin^2 i}{\sqrt{X}} + 2\bar{i} T^2 \sin^2 i \left[\sqrt{X(1-e^2)} \cos i - T \right] \right\} / \left\{ T^2 - 2T \sqrt{X(1-e^2)} \cos i + X(1-e^2) \right\}^{\frac{3}{2}}$$

Assim, tem-se uma expressão para Δt como função de parâmetros orbitais do sistema Terra—Lua e também do tempo.

Os gráficos $\Delta t \times t$ e $\omega \times t$ serão apresentados no capítulo 6, que traz além de resultados, algumas comparações e discussões a respeito dos modelos apresentados.

4.2.2.3 Integração Numérica

Devido às altas potências de X presentes no sistema de equações diferenciais que caracterizam o sistema Terra—Lua, os autores optaram por realizar uma integração em relação à inclinação i em vez de em relação ao tempo t . Para tanto, através de uma mudança de variáveis, SANT'ANNA e AFONSO (1998) escreveram o sistema da seguinte maneira:

$$\frac{dX}{di} = \frac{4M_T \alpha}{\mu T \sqrt{X} \sin i} \left[\frac{1}{(1-e^2)^{\frac{5}{2}}} \left(1 + \frac{31}{2}e^2 + \frac{255}{8}e^4 + \frac{185}{16}e^6 + \frac{25}{64}e^8 \right) - \frac{\omega \cos I}{n(1-e^2)} \left(1 + \frac{15}{2}e^2 + \frac{45}{8}e^4 + \frac{5}{16}e^6 \right) \right] \left(1 + 3e^2 + \frac{3}{8}e^4 \right)^{-1}$$

$$\frac{de}{di} = \frac{2M_T \alpha e}{\mu T X^{\frac{3}{2}} \sin i} \left[\frac{1}{(1-e^2)^{\frac{3}{2}}} \left(9 + \frac{135}{4}e^2 + \frac{135}{8}e^4 + \frac{45}{64}e^6 \right) - \frac{\omega \cos I}{n} \left(\frac{11}{2} + \frac{33}{4}e^2 + \frac{11}{16}e^4 \right) \right] \left(1 + 3e^2 + \frac{3}{8}e^4 \right)^{-1}$$

$$\frac{dt}{di} = -\frac{M_T^2 P^2 \alpha X^{\frac{13}{2}} (1-e^2)^5}{6\pi^2 k_2 M_L^2 T \Delta t \sin i} \left(1 + 3e^2 + \frac{3}{8}e^4\right)^{-1}$$

ou, considerando os termos até segunda ordem no numerador

$$\frac{dX}{di} = \frac{4M_T \alpha}{\mu T \sqrt{X} \sin i (1+3e^2)} \left[\frac{1 + \frac{31}{2}e^2}{(1-e^2)^{\frac{5}{2}}} - \frac{\omega \cos I (1 + \frac{15}{2}e^2)}{n(1-e^2)} \right] \quad (4.6a)$$

$$\frac{de}{di} = \frac{2M_T \alpha}{\mu T X^{\frac{3}{2}} \sin i} \left[\frac{9e}{(1-e^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{11e \omega \cos I}{2n} \right] (1+3e^2)^{-1} \quad (4.6b)$$

$$\frac{dt}{di} = -\frac{M_T^2 P^2 \alpha X^{\frac{13}{2}} (1-e^2)^5}{6\pi^2 k_2 M_L^2 T \Delta t \sin i} (1+3e^2)^{-1} \quad (4.6c)$$

Para integração deste sistema foi utilizado o método Runge—Kutta de quarta ordem, com passo constante.

É importante reforçar que foi desconsiderada, no trabalho destes pesquisadores, a interação do sistema Terra—Lua com o Sol, planetas ou quaisquer outros corpos celestes, isto é, tem-se um sistema isolado e, portanto, seu momento angular é conservado. Para maiores detalhes sobre o desenvolvimento das equações e modelo apresentados, consultar SANT'ANNA (1989) e SANT'ANNA e AFONSO (1998).

Conclusões importantes podem ser tiradas depois de analisados os dois modelos aqui discutidos. Se for considerado um Δt constante, conforme o formalismo de Mignard, os resultados conduzirão a um ponto de máxima aproximação em $\approx 1,6$ bilhões de anos no passado; se, porém, for considerado um atraso de resposta Δt variável, conforme fizeram Sant'Anna e Afonso, através da expressão fornecida pela equação 4.3, a escala de tempo obtida é consideravelmente maior. O ponto de máxima aproximação estará em torno de 6,6 bilhões de anos no passado.

A segunda hipótese, de um Δt variável, mesmo baseada em observações paleontológicas que compreendem um período de centenas de milhões de anos, cujos

resultados foram extrapolados para um passado de 4,5 bilhões de anos, é muito mais compatível com as modernas teorias sobre a formação do sistema Terra—Lua do que a consideração de um Δt constante (SANT'ANNA e AFONSO, 1998).

5. METODOLOGIA

O presente capítulo descreve em detalhes a metodologia que foi utilizada para definição do modelo que, pretende-se, venha a contribuir para um melhor entendimento da dinâmica do sistema Terra—Lua.

Na metodologia empregada nesta pesquisa fez-se uso de valores da velocidade de rotação da Terra para o presente (1623,5—2000,5) com o objetivo de, entre outros, obter uma equação que fornecesse esta velocidade como função do tempo. Esta equação é utilizada no desenvolvimento de uma expressão para o atraso de resposta de maré Δt , a qual é aplicada a um sistema de equações diferenciais acopladas da Mecânica Celeste, que descrevem as variações da distância Terra—Lua, excentricidade e inclinação da órbita lunar em função do tempo. Tal sistema é integrado numericamente em relação ao tempo e, à inclinação, a fim de que se obtenham gráficos, através dos quais seja possível chegar a expressões que forneçam estas grandezas, conforme proposto inicialmente na introdução deste trabalho.

5.1 OBTENÇÃO DOS DADOS

Os valores da velocidade de rotação da Terra para o presente foram obtidos do *TIERS ANNUAL REPORT* (2000) que fornece estes dados para o período de 1623,5 a 2000,5, conforme tabela 5.1. Os valores para o intervalo de 1623—1955 provém de registros de eclipses ocorridos nesta época e foram fornecidos por L. V. Morrison, do *Royal Greenwich Observatory*, e interpolados para o meio do ano e, de 1956 até o presente, a duração do dia advém do *BIH/TIERS* (*TIERS ANNUAL REPORT*, 2000).

TABELA 5.1: VELOCIDADE DE ROTAÇÃO DA TERRA NO PERÍODO DE 1623—2000

continua

ano	ω 7,2921... $\times 10^{-5}$ rad/s	ano	ω 7,2921... $\times 10^{-5}$ rad/s	ano	ω 7,2921... $\times 10^{-5}$ rad/s	ano	ω 7,2921... $\times 10^{-5}$ rad/s	ano	ω 7,2921... $\times 10^{-5}$ rad/s
1623,5	161	1624,5	161	1625,5	160	1626,5	160	1627,5	159
1628,5	159	1629,5	158	1630,5	158	1631,5	158	1632,5	157
1633,5	157	1634,5	157	1635,5	157	1636,5	157	1637,5	157
1638,5	156	1639,5	156	1640,5	156	1641,5	155	1642,5	155
1643,5	155	1644,5	155	1645,5	155	1646,5	154	1647,5	154
1648,5	154	1649,5	154	1650,5	154	1651,5	154	1652,5	154
1653,5	154	1654,5	154	1655,5	154	1656,5	154	1657,5	154
1658,5	154	1659,5	154	1660,5	154	1661,5	154	1662,5	154
1663,5	154	1664,5	154	1665,5	154	1666,5	154	1667,5	154
1668,5	154	1669,5	154	1670,5	154	1671,5	154	1672,5	154
1673,5	154	1674,5	154	1675,5	154	1676,5	154	1677,5	154
1678,5	154	1679,5	153	1680,5	153	1681,5	153	1682,5	153
1683,5	153	1684,5	153	1685,5	153	1686,5	152	1687,5	152
1688,5	152	1689,5	152	1690,5	152	1691,5	152	1692,5	152
1693,5	151	1694,5	151	1695,5	151	1696,5	151	1697,5	151
1698,5	151	1699,5	151	1700,5	151,4	1701,5	151,3	1702,5	151,3
1703,5	151,2	1704,5	151,2	1705,5	151,2	1706,5	151,2	1707,5	151,2
1708,5	151,1	1709,5	151,2	1710,5	151,2	1711,5	151,2	1712,5	151,2
1713,5	151,2	1714,5	151,2	1715,5	151,3	1716,5	151,3	1717,5	151,3
1718,5	151,3	1719,5	151,3	1720,5	151,3	1721,5	151,3	1722,5	151,3
1723,5	151,4	1724,5	151,4	1725,5	151,4	1726,5	151,4	1727,5	151,4
1728,5	151,3	1729,5	151,3	1730,5	151,3	1731,5	151,3	1732,5	151,3
1733,5	151,3	1734,5	151,3	1735,5	151,3	1736,5	151,2	1737,5	151,2
1738,5	151,2	1739,5	151,2	1740,5	151,2	1741,5	151,2	1742,5	151,2
1743,5	151,1	1744,5	151,1	1745,5	151,1	1746,5	151,1	1747,5	151,1
1748,5	151,1	1749,5	151,1	1750,5	151,1	1751,5	151,1	1752,5	151,1
1753,5	151,1	1754,5	151,1	1755,5	151,1	1756,5	151,1	1757,5	151,1
1758,5	151,1	1759,5	151,1	1760,5	151,1	1761,5	151,1	1762,5	151,2
1763,5	151,2	1764,5	151,2	1765,5	151,2	1766,5	151,2	1767,5	151,2
1768,5	151,2	1769,5	151,2	1770,5	151,2	1771,5	151,2	1772,5	151,3
1773,5	151,3	1774,5	151,3	1775,5	151,3	1776,5	151,3	1777,5	151,3
1778,5	151,3	1779,5	151,3	1780,5	151,3	1781,5	151,3	1782,5	151,4
1783,5	151,4	1784,5	151,4	1785,5	151,5	1786,5	151,5	1787,5	151,6
1788,5	151,6	1789,5	151,7	1790,5	151,9	1791,5	152	1792,5	152,1
1793,5	152,2	1794,5	152,2	1795,5	152,3	1796,5	152,3	1797,5	152,3
1798,5	152,3	1799,5	152,3	1800,5	152,2	1801,5	152,1	1802,5	151,98
1803,5	151,86	1804,5	151,75	1805,5	151,66	1806,5	151,59	1807,5	151,52
1808,5	151,48	1809,5	151,44	1810,5	151,42	1811,5	151,42	1812,5	151,43
1813,5	151,46	1814,5	151,5	1815,5	151,56	1816,5	151,62	1817,5	151,7
1818,5	151,8	1819,5	151,9	1820,5	152,02	1821,5	152,15	1822,5	152,3
1823,5	152,45	1824,5	152,58	1825,5	152,67	1826,5	152,72	1827,5	152,73
1828,5	152,72	1829,5	152,66	1830,5	152,56	1831,5	152,43	1832,5	152,26
1833,5	152,08	1834,5	151,91	1835,5	151,75	1836,5	151,62	1837,5	151,5
1838,5	151,39	1839,5	151,31	1840,5	151,24	1841,5	151,19	1842,5	151,15
1843,5	151,14	1844,5	151,13	1845,5	151,12	1846,5	151,12	1847,5	151,13
1848,5	151,14	1849,5	151,15	1850,5	151,16	1851,5	151,19	1852,5	151,21
1853,5	151,25	1854,5	151,27	1855,5	151,3	1856,5	151,32	1857,5	151,34
1858,5	151,37	1859,5	151,48	1860,5	151,75	1861,5	152,15	1862,5	152,47
1863,5	152,61	1864,5	152,83	1865,5	153,26	1866,5	153,8	1867,5	153,91
1868,5	153,86	1869,5	153,65	1870,5	153,59	1871,5	153,85	1872,5	153,62
1873,5	153,24	1874,5	153,18	1875,5	152,96	1876,5	152,62	1877,5	152,51
1878,5	152,23	1879,5	151,88	1880,5	151,66	1881,5	151,52	1882,5	151,59
1883,5	151,75	1884,5	151,67	1885,5	151,59	1886,5	151,51	1887,5	151,5
1888,5	151,62	1889,5	151,68	1890,5	151,87	1891,5	151,96	1892,5	151,82
1893,5	151,58	1894,5	151,19	1895,5	150,74	1896,5	150,18	1897,5	149,64
1898,5	149,24	1899,5	148,94	1900,5	148,67	1901,5	148,43	1902,5	148,34
1903,5	148,35	1904,5	148,47	1905,5	148,6	1906,5	148,53	1907,5	148,45
1908,5	148,39	1909,5	148,34	1910,5	148,29	1911,5	148,21	1912,5	148,18
1913,5	148,41	1914,5	148,78	1915,5	149	1916,5	149,15	1917,5	149,48

TABELA 5.2: VELOCIDADE DE ROTAÇÃO DA TERRA NO PERÍODO DE 1623—2000

conclusão									
ano	ω 7,2921... $\times 10^{-5}$ rad/s	ano	ω 7,2921... $\times 10^{-5}$ rad/s	ano	ω 7,2921... $\times 10^{-5}$ rad/s	ano	ω 7,2921... $\times 10^{-5}$ rad/s	ano	ω 7,2921... $\times 10^{-5}$ rad/s
1918,5	149,74	1919,5	149,98	1920,5	150,22	1921,5	150,19	1922,5	150,39
1923,5	150,64	1924,5	150,68	1925,5	150,78	1926,5	150,99	1927,5	151,32
1928,5	151,65	1929,5	151,76	1930,5	151,63	1931,5	151,55	1932,5	151,53
1933,5	151,52	1934,5	151,53	1935,5	151,47	1936,5	151,4	1937,5	151,28
1938,5	151,07	1939,5	150,81	1940,5	150,55	1941,5	150,41	1942,5	150,36
1943,5	150,33	1944,5	150,28	1945,5	150,28	1946,5	150,33	1947,5	150,37
1948,5	150,41	1949,5	150,45	1950,5	150,5	1951,5	150,54	1952,5	150,58
1953,5	150,63	1954,5	150,69	1955,5	150,74	1956,5	150,72	1957,5	150,34
1958,5	150,31	1959,5	150,36	1960,5	150,46	1961,5	150,55	1962,5	150,37
1963,5	150,17	1964,5	149,85	1965,5	149,6	1966,5	149,43	1967,5	149,47
1968,5	149,37	1969,5	149,21	1970,5	149,18	1971,5	149,02	1972,5	148,83
1973,5	148,89	1974,5	149,17	1975,5	149,2	1976,5	149,01	1977,5	149,13
1978,5	149,04	1979,5	149,26	1980,5	149,53	1981,5	149,64	1982,5	149,64
1983,5	149,54	1984,5	150,18	1985,5	150,24	1986,5	150,43	1987,5	150,32
1988,5	150,35	1989,5	150,18	1990,5	149,83	1991,5	149,75	1992,5	149,59
1993,5	149,47	1994,5	149,64	1995,5	149,52	1996,5	149,92	1997,5	149,91
1998,5	150,31	1999,5	150,63	2000,5	150,86				

FONTE: IERS Annual Report 2000.

5.2 OBTENÇÃO DA EQUAÇÃO EMPÍRICA $\omega = \omega(t)$

De posse dos valores de velocidade de rotação da Terra apresentados na tabela 5.2, utilizou-se o programa ORIGIN 7.0 que, fazendo uso do método de Ajustamento por Mínimos Quadrados, possibilitou a obtenção da curva que melhor descreve os dados representativos do fenômeno investigado; no caso deste estudo, a melhor reta, já que o interesse está direcionado a fatores seculares. Esta equação, extrapolada para o passado distante (620, 900, 2 450 e 4 500 Ma), forneceu resultados que foram comparados com os valores encontrados por WILLIAMS (2000) em suas pesquisas sobre a velocidade de rotação da Terra e afastamento lunar, baseadas em sedimentação maregráfica.

Estas comparações, bem como os gráficos resultantes, serão discutidos no capítulo seis.

A equação empírica obtida foi a seguinte

$$\frac{\omega}{\omega_0} = 1 + \mathcal{A}t \quad (5.1)$$

onde ω e ω_0 representam as velocidades angulares de rotação da Terra em rad/s, num tempo qualquer e em $t_0 = 0$, respectivamente, t é o tempo passado em segundos, e o

parâmetro \mathcal{A} ajustado vale

$$\mathcal{A} = (5,5 \pm 0,3) \times 10^{-18} \text{ s}^{-1} \quad \omega_0 = (7,29211494 \pm 1 \times 10^{-8}) \times 10^{-5} \text{ rad/s}$$

5.3 OBTENÇÃO DA EQUAÇÃO SEMI-EMPÍRICA $a = a(t)$

A relação entre a perda de momento angular rotacional da Terra devida ao atrito mareográfico da Lua e do Sol e a mudança no momento angular orbital lunar está presente na expressão obtida por DEUBNER (apud WILLIAMS, p. 51, 2000):

$$1,219 - \frac{1}{4,93} \frac{\omega}{\omega_0} = \sqrt{\frac{a}{a_0}} + \frac{0,46^2}{13} \left(\frac{a}{a_0} \right)^{\frac{13}{2}} \quad (5.2)$$

onde $a_0 = 60,27 R_T$ é o semi-eixo maior da órbita lunar em $t_0 = 0$, a é o semi-eixo maior da órbita lunar no passado e a razão, no presente, do momento angular orbital da Lua para o momento angular de rotação da Terra é 4,93 (DEUBNER, apud WILLIAMS, p. 51, 2000).

Através da combinação das equações 5.1 e 5.2 obteve-se uma equação do 13º grau, a qual ao ser submetida ao programa *MAPLE* apresentou como solução real, um conjunto de valores para a relação a/a_0 correspondentes aos dados da razão ω/ω_0 para o período de 1623 a 2000, segundo valores fornecidos pelo *IERS*. A equação ajustada para esse conjunto de valores foi a seguinte

$$\frac{a}{a_0} = (1,00050 \pm 0,00003) + Bt \quad (5.3)$$

onde $B = (-1,54876 \pm 0,0003) \times 10^{-18} \text{ s}^{-1}$ e $a_0 = 60,27 R_T$.

Esta é, portanto, uma expressão que permite conhecer a distância Terra—Lua em qualquer tempo, com a vantagem de ser uma equação que resulta de dados observacionais e expressões teóricas.

5.4 EXPRESSÃO PARA O ATRASO DE RESPOSTA DE MARÉ Δt

Estabeleceu-se, como uma das proposições desta pesquisa a obtenção de uma expressão para Δt , como função de parâmetros orbitais do sistema Terra—Lua e do tempo, de modo análogo ao que foi feito por SANT'ANNA e AFONSO em 1998 (equação 4.3), com a diferença que, neste trabalho, o valor de $\dot{\omega}$ deriva da equação empírica 5.1 apresentada, e não de observações paleontológicas como no modelo de SANT'ANNA e AFONSO.

Neste ponto é interessante lembrar a expressão para o atraso de resposta de maré obtida por SANT'ANNA e AFONSO

$$\Delta t = \frac{\dot{\omega}}{\mathfrak{F}(X, e, i)} \quad (5.4)$$

na qual a função \mathfrak{F} é expressa da mesma maneira que no capítulo 4, equação 4.3. Assim, derivando a expressão 5.1 em relação ao tempo, obtém-se o valor para $\dot{\omega}$

$$\dot{\omega} = (4,0 \pm 0,2) \times 10^{-22} \text{ rad/s}^2$$

Ressalta-se neste ponto que o valor fornecido para o presente pelo *IERS ANNUAL REPORT* (2000) para a desaceleração da velocidade angular de rotação da Terra é

$$\dot{\omega} = 4,02 \times 10^{-22} \text{ rad/s}^2$$

Deste modo, com a utilização da equação 5.1 que advém de observações, contendo implicitamente, portanto, perturbações de toda natureza, culmina-se numa expressão para Δt que, espera-se, venha a refletir mais realisticamente às consequências advindas do complexo fenômeno das marés.

5.5 SISTEMA DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

De acordo com o que foi comentado anteriormente, aplicar-se-á o valor do atraso de resposta de maré Δt a um sistema de equações diferenciais no qual comparecem equações da Mecânica Celeste.

Na formação deste sistema de equações diferenciais a ser integrado foram adotadas duas diferentes abordagens a fim de que se possam comparar resultados alcançados através de caminhos matemáticos diferentes, e com isso testar a consistência do modelo. Estes diferentes modos de abordar o problema geraram dois modelos, chamados de agora em diante de modelo 1 e modelo 2, os quais serão descritos na seqüência.

As condições iniciais, bem como o passo de integração empregado na resolução dos dois sistemas foram idênticos.

A integração gerou conjuntos de valores para as grandezas X , e e i , os quais foram plotados, gerando gráficos que serão apresentados, discutidos e comparados com aqueles resultantes de outros trabalhos. Isto será realizado no decorrer do capítulo subsequente.

5.5.1 Modelo 1

Para a montagem do sistema de equações nesta primeira maneira de abordar o problema, tomou-se a equação 5.3, que foi normalizada em termos de R_T e na qual fez-se $X = a/R_T$, conforme seqüência a seguir

$$a = a_0(1 + \mathcal{B}t)$$

$$\frac{a}{R_T} = \frac{a_0}{R_T}(1 + \mathcal{B}t)$$

resultando em

$$X = \frac{a_0}{R_T}(1 + \mathcal{B}t) \quad (5.5)$$

Através da combinação da equação anterior com as equações 4.2b e 4.2c da Mecânica Celeste, formou-se um sistema de equações diferenciais acopladas, conforme apresenta-se a seguir

$$X = \frac{a_0}{R_T}(1 + \mathcal{B}t) \quad (5.6a)$$

$$\begin{aligned} \frac{de}{dt} = \frac{12\pi^2 k_2 M_L^2 \Delta t}{M_T \mu P^2 X^8} & \left[\frac{\omega \cos I}{n(1-e^2)^5} \left(\frac{11}{2} + \frac{33}{4}e^2 + \frac{11}{16}e^4 \right) \right. \\ & \left. - \frac{e}{(1-e^2)^{\frac{13}{2}}} \left(9 + \frac{135}{4}e^2 + \frac{135}{8}e^4 + \frac{45}{64}e^6 \right) \right] \quad (5.6b) \end{aligned}$$

$$\frac{di}{dt} = -\frac{6\pi^2 k_2 M_L^2 T \Delta t \sin i}{M_T^2 P^2 \alpha X^{\frac{13}{2}} (1-e^2)^5} \left(1 + 3e^2 + \frac{3}{8}e^4 \right) \quad (5.6c)$$

Para integração do sistema ora apresentado, é bom lembrar que foi utilizada a expressão para Δt conforme equação 5.4.

A vantagem da introdução da equação semi-empírica neste sistema é que ela traz embutidas todas as influências externas, tais como, fatores relativísticos, perturbações de todos os corpos “próximos” (Sol, planetas, meteoritos, etc), atrito com poeira cósmica, radiações, e outras ainda não modeladas, já que deriva, em parte, de observações, sendo portanto, mais realista.

5.5.2 Modelo 2

Esta segunda maneira de abordar o problema da formação do sistema de equações diferenciais é semelhante ao que foi realizado por SANT’ANNA e AFONSO

(1998). Utilizando as equações 4.2 e a expressão 5.4 para Δt , obtém-se um sistema análogo ao do modelo desses pesquisadores, como segue

$$\frac{dX}{dt} = \frac{24\pi^2 k_2 M_L^2 \Delta t}{M_T \mu P^2 X^7} \left[-\frac{1}{(1-e^2)^{\frac{15}{2}}} \left(1 + \frac{31}{2}e^2 + \frac{255}{8}e^4 + \frac{185}{16}e^6 + \frac{25}{64}e^8 \right) + \frac{\omega \cos I}{n(1-e^2)^6} \left(1 + \frac{15}{2}e^2 + \frac{45}{8}e^4 + \frac{5}{16}e^6 \right) \right] \quad (5.7a)$$

$$\frac{de}{dt} = \frac{12\pi^2 k_2 M_L^2 \Delta t}{M_T \mu P^2 X^8} \left[-\frac{e}{(1-e^2)^{\frac{13}{2}}} \left(9 + \frac{135}{4}e^2 + \frac{135}{8}e^4 + \frac{45}{64}e^6 \right) + \frac{\omega \cos I}{n(1-e^2)^5} \left(\frac{11}{2} + \frac{33}{4}e^2 + \frac{11}{16}e^4 \right) \right] \quad (5.7b)$$

$$\frac{di}{dt} = -\frac{6\pi^2 k_2 M_L^2 T \Delta t \sin i}{M_T^2 P^2 \alpha X^{\frac{13}{2}} (1-e^2)^5} \left(1 + 3e^2 + \frac{3}{8}e^4 \right) \quad (5.7c)$$

Este sistema de equações difere daquele utilizado no modelo de SANT'ANNA e AFONSO (1998) no que diz respeito à expressão para Δt , como já foi explicado anteriormente.

5.6 INTEGRAÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

Os sistemas de equações 5.6 e 5.7 foram integrados numericamente, pelo método Runge—Kutta de quarta ordem com passo de integração constante (10^{-6} , integração em i ; 1 Ma, integração em t). Para a realização destas integrações fez-se uso de programas desenvolvidos em linguagem Fortran, integrando-se a partir do presente, para o qual foi assumido o valor zero, para o passado, até 4 500 Ma, com as seguintes

condições iniciais:

- Excentricidade atual da órbita da Lua: $e = 0,0549$.
- Distância Terra—Lua: $X = 60,27$.
- Inclinação da órbita lunar: $i = 0,0695 \text{ rad} = 3,982^\circ$.

Essas integrações culminaram em conjuntos de valores para a distância normalizada Terra—Lua (X), excentricidade da órbita da Lua (e) e inclinação da órbita lunar (i). A partir destas séries de valores foram obtidos gráficos representativos do comportamento secular destas grandezas ao longo do tempo. Os gráficos gerados através da utilização do programa ORIGIN 7.0 foram $X \times t$, $e \times t$ e $i \times t$, e serão apresentados e analisados no capítulo seguinte.

A partir dos gráficos gerados foram ajustadas as curvas que melhor correspondiam ao comportamento das grandezas em questão pelo método de Ajustamento de Mínimos Quadrados, o que resultou nas expressões $X = X(t)$, $e = e(t)$ e $i = i(t)$, que serão apresentadas e discutidas no capítulo subsequente.

6. RESULTADOS E DISCUSSÕES

São discutidos aqui os resultados obtidos neste trabalho, bem como apresentadas as comparações que foram realizadas entre estes resultados e aqueles encontrados por outros pesquisadores do assunto em questão, os quais fizeram uso de diferentes técnicas e conhecimentos de outras áreas da ciência, tal como a Geologia.

As análises, comparações e discussões serão realizadas através de gráficos, tabelas e equações no decorrer do capítulo.

6.1 COMPARAÇÃO COM OS VALORES DO PASSADO

Como obviamente não é possível voltar ao passado, uma das maneiras de se obter informações a respeito do que aconteceu na Terra ao longo de sua “vida”, é através dos registros deixados no planeta pelos diferentes fenômenos que aqui ocorreram. Este é um dos procedimentos mais utilizados e eficazes que os geólogos utilizam para investigar o comportamento do planeta ao longo de sua história, comportamento este que, quanto mais retrocede-se no passado, mais complexo fica; tal é o caso da variação da velocidade do planeta em tempos geológicos, objeto de análise desta pesquisa.

A sedimentologia oferece uma método para traçar a história da desaceleração da Terra e da evolução da órbita lunar através da análise de sedimentação de ritmitas maregráficas. Esses depósitos marinhos, cujas taxas de deposição foram modulados por ciclos maregráficos, têm fornecido um conjunto rico de dados paleomaregráficos e paleorotacionais para o antigo Neoproterozóico (≈ 620 Ma), o que possibilitou a obtenção de valores para a velocidade de rotação da Terra e distância Terra—Lua. Estes resultados foram demonstrados serem autoconsistentes, através da aplicação das leis da Mecânica Celeste (WILLIAMS, 2000).

WILLIAMS (2000) salienta o fato de que os valores paleomaregráficos e pale-

orotacionais para ≈ 900 Ma são não verificáveis, em vista da evidência de que os dados estão incompletos e também devido à existência de uma série de resultados conflitantes, o mesmo ocorrendo para ≈ 2450 Ma. Um conjunto consistente de valores paleomaregráficos e paleorotacionais medidos diretamente de registros ritmitas paleoproterozóicos é necessário para estabelecer com razoável confiança o número de dias/ano, *LOD* e órbita da Lua para estas épocas. Por esta razão, tais valores devem ser examinados com precaução até que a consistência interna dos mesmos esteja demonstrada.

Para 620 Ma no passado WILLIAMS (2000) fornece valores independentemente derivados com relação, (a) ao período nodal lunar, (b) ao número de meses siderais/ano e (c) ao número de dias siderais/ano.

Os valores para o semi-eixo maior lunar através das três determinações citadas acima estão em concordância. Tal acordo de resultados, derivados de observações independentes e através da aplicação de equações da Mecânica Celeste e, que levam em consideração efeitos maregráficos luni-solares, demonstra taxativamente a auto-consistência interna dos valores observados e sustenta a validade do conjunto de dados paleomaregráficos e paleorotacionais para esta época.

Focaliza-se maior atenção aos valores obtidos para 620 Ma porque são aqueles considerados confiáveis por WILLIAMS (2000), já que para aqueles referentes a 900 e 2450 Ma existem ainda muitas restrições, conforme afirmado anteriormente.

Na tabela 6.1 são apresentados os resultados para a velocidade de rotação da Terra (ω), para a distância Terra—Lua (a) e para as razões ω/ω_0 e a/a_0 obtidas neste trabalho através das equações 5.1 e 5.3, valores estes que aparecem nas linhas A. Na mesma tabela pode-se observar o conjunto de valores obtidos nas pesquisas de WILLIAMS (2000), com o uso das técnicas derivadas da sedimentologia, conforme foi exposto anteriormente, sendo tais valores apresentados nas linhas (B). Os valores indicados nas linhas (C) são derivados dos resultados do modelo desenvolvido por SANT'ANNA e AFONSO (1998) e, por fim, nas linhas (D) são apresentados os valores

decorrentes do modelo de MIGNARD (1979, 1980, 1981). É interessante observar que a primeira coluna refere-se aos tempos passados de 620, 900, 2 450 e 4 500 Ma, sendo que as três primeiras épocas foram escolhidas para comparação pela existência na literatura de resultados obtidos por outras técnicas. O valor de 4 500 Ma foi utilizado para uma extrapolação à época aproximada do surgimento do sistema Terra—Lua.

TABELA 6.1: COMPARAÇÃO ENTRE OS VALORES PARA ω , a , a/a_0 , ω/ω_0 , OBTIDOS NESTE TRABALHO (A), WILLIAMS (B), SANT'ANNA E AFONSO (C) E MIGNARD (D)

t (Ma)	modelos	ω (10^{-5} rad/s)	a (R_T)	ω/ω_0	a/a_0
620	A	8,08	58,47	1,109	0,970
	B	7,99	$58,40 \pm 1,02$ ¹	1,095	$0,969 \pm 0,017$ ¹
			$58,16 \pm 0,30$ ²		$0,965 \pm 0,05$ ²
			$58,34 \pm 0,42$ ³		$0,968 \pm 0,07$ ³
	C	6,61	57,29	0,906	0,950
	D	—	56,64	—	0,940
900	A	8,43	57,61	1,156	0,956
	B	8,41	$55,90 \pm 0,70$	1,153	0,927
	C	6,97	55,86	0,956	0,927
	D	—	54,16	—	0,899
2450	A	10,38	53,03	1,42	0,880
	B	9,79	$53,25 \pm 3,3$	1,34	$0,906 \pm 0,029$
	C	9,36	46,90	1,28	0,778
	D	—	10^4	—	—
4500	A	12,96	47,01	1,78	0,78
	B	—	—	—	—
	C	13,82	32,31	1,90	0,536
	D	—	—	—	—

¹ Calculado através do período nodal lunar.

² Calculado usando os meses siderais/ano.

³ Calculado mediante os dias siderais/ano.

⁴ Para 1 543,07 Ma.

Está claramente demonstrado, quando da observação das linhas (A) e (B) na tabela 6.1 que os resultados obtidos na presente pesquisa localizam-se dentro da faixa de valores encontrados por Williams, através de suas pesquisas baseadas na sedimentação maregráfica.

Observando as linhas (C), que trazem os resultados decorrentes do modelo de

SANT'ANNA e AFONSO (1998), percebe-se que os mesmos apresentam-se abaixo da faixa de valores das linhas (B).

Por fim, quando focaliza-se a atenção nas linhas (D) vê-se que os valores distanciam-se daqueles das linhas (B). É bom observar na linha D que o valor de $10 R_T$ assinalado refere-se à época passada de 1 543,07 Ma, porque o modelo de Mignard colapsa em torno deste valor, colocando a Lua, a partir daí, a distâncias em relação à Terra que poderiam ter efeitos catastróficos para os dois corpos.

Analisando a tabela como um todo pode-se concluir que, à medida que se usam várias hipóteses para o valor de Δt — inicialmente uma constante, em seguida uma grandeza variável e influenciada por observações paleontológicas e, finalmente, uma grandeza variável e obtida a partir da equação 5.1 resultante deste trabalho — os resultados tornam-se cada vez mais próximos daqueles encontrados pela sedimentologia maregráfica, que é o método que se destaca, em relação a outros, na análise de registros presentes no planeta e que possibilitam a obtenção dos valores para a velocidade de rotação da Terra e distância Terra—Lua. Isso mostra que houve uma melhora gradativa nos modelos desenvolvidos com o objetivo de retratar a dinâmica do sistema Terra—Lua.

Foi realizada neste trabalho, o que aparece apresentado nas quatro últimas linhas da tabela 6.1, uma extrapolação para 4 500 Ma, que é aproximadamente a época do surgimento do sistema Terra—Lua aceita atualmente. Para esta época, a distância Terra—Lua obtida nesta pesquisa através da equação 5.3, foi de $47,01 R_T$.

Devido aos fenômenos cataclísmicos comuns nas eras geológicas, e que apagaram da superfície da Terra valiosos registros que serviriam de fonte de dados para pesquisas acerca do que ocorreu no planeta neste tempo, infelizmente não se têm informações que permitam uma comparação com estes resultados.

WILLIAMS (2000), afirma que a combinação de dados ritmitas resulta numa taxa de afastamento lunar durante a maioria do Proterozóico (2 450—620 Ma) que sugere que uma grande aproximação da Lua em relação à Terra não deve ter ocorrido na

época da formação do sistema, como o valor de $10 R_T$ apontado por outros pesquisadores.

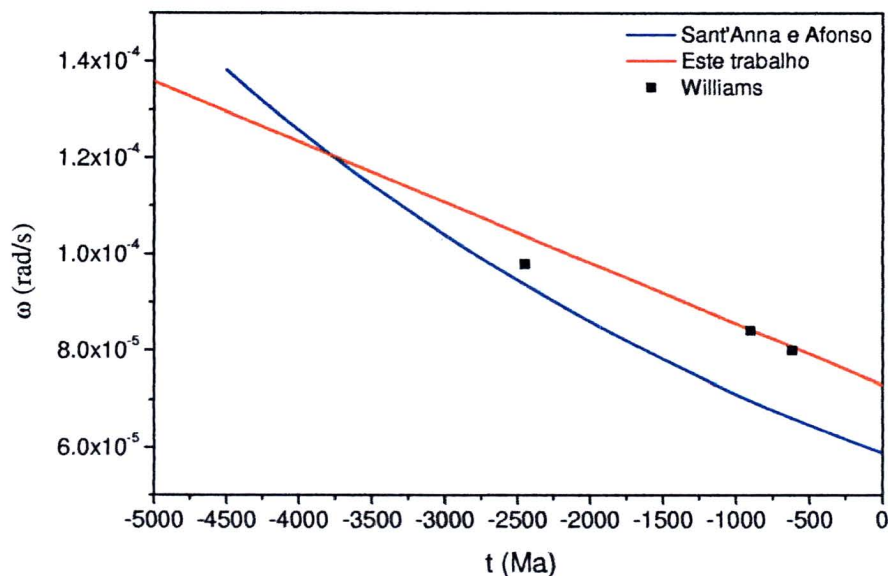
6.2 GRÁFICOS $\omega \times t$

No gráfico 6.1 apresenta-se uma comparação entre os resultados para os valores de rotação da Terra encontrados neste trabalho, obtidos pelo modelo de SANT'ANNA e AFONSO (1998) apresentado no capítulo anterior além dos dados observacionais de WILLIAMS (2000). As equações, 5.1 desenvolvidas neste trabalho e a equação, 4.4 utilizada nos estudos de SANT'ANNA e AFONSO (1998), geraram as curvas aqui apresentadas.

Deste modo, tem-se para este gráfico e para todos os que na seqüência serão apresentados, no eixo das abcissas os valores representativos do tempo em milhões de anos, sendo que o zero corresponde à época presente, assumindo-se para o passado, valores negativos. O eixo das ordenadas para o gráfico que segue traz representados os valores para a velocidade de rotação da Terra, em rad/s.

A curva em azul foi gerada a partir dos resultados de SANT'ANNA e AFONSO (1998), a curva em vermelho advém dos valores obtidos neste trabalho e os quadrados são referentes aos dados de WILLIAMS (2000).

GRÁFICO 6.1: COMPARAÇÃO DOS VALORES DE VELOCIDADE DE ROTAÇÃO DA TERRA OBTIDOS NESTE TRABALHO COM OS RESULTADOS DE SANT'ANNA E AFONSO E COM OS DADOS OBSERVACIONAIS DE WILLIAMS



É importante que seja ressaltado, quando da observação deste gráfico o que já foi mostrado na tabela 6.1 que, para o tempo presente tem-se para velocidade de rotação da Terra, $7,29211494 \times 10^{-5}$ rad/s e para SANT'ANNA e AFONSO (1998), $5,878170 \times 10^{-5}$ rad/s. É visível que o último resultado afasta-se do valor fornecido pelo IERS para a atual velocidade de rotação da Terra, que é $7,2921151 \times 10^{-5}$ rad/s.

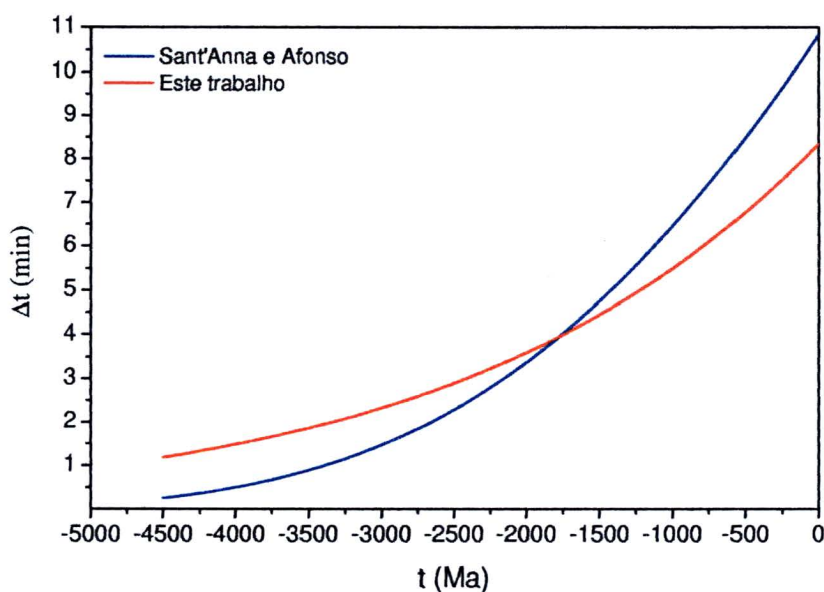
Ainda, observando o gráfico 6.1 constata-se que para 620 Ma o resultado para este trabalho foi $8,08 \times 10^{-5}$ rad/s e para SANT'ANNA e AFONSO (1998), $6,61 \times 10^{-5}$ rad/s, reforçando-se aqui o que já foi constatado quando da observação da tabela 6.1, quanto à proximidade do valor obtido, para a velocidade de rotação da Terra, neste trabalho e o apresentado por WILLIAMS (2000) para esta época, que foi de $7,99 \times 10^{-5}$ rad/s. A integração foi realizada para o passado até 4500 Ma, por ser aproximadamente a idade aceita para o sistema Terra—Lua, de modo que, é interessante ressaltar o valor da velocidade de rotação da Terra encontrado para esta época, e que foi de $12,98 \times 10^{-5}$ rad/s. Como já comentado anteriormente, infelizmente não se tem até

agora, para esta época longínqua, registros no planeta que possam fornecer subsídios para obtenção de dados referentes aos fenômenos em questão.

6.3 GRÁFICOS $\Delta t \times t$

No gráfico 6.2 faz-se uma comparação entre as curvas que refletem o atraso de resposta de maré Δt originadas das expressões de SANT'ANNA e AFONSO (1998), equação 4.3 (curva em azul) e desta pesquisa, equação 5.4 (curva em vermelho). Assim, tem-se no eixo da ordenadas os valores de Δt em minutos e no eixo das abcissas, como foi determinado anteriormente, os valores negativos do tempo em Ma, tendo-se assumido para a época atual o valor zero.

GRÁFICO 6.2: TEMPO DE RESPOSTA DE ATRASO DE MARÉ EM FUNÇÃO DO TEMPO



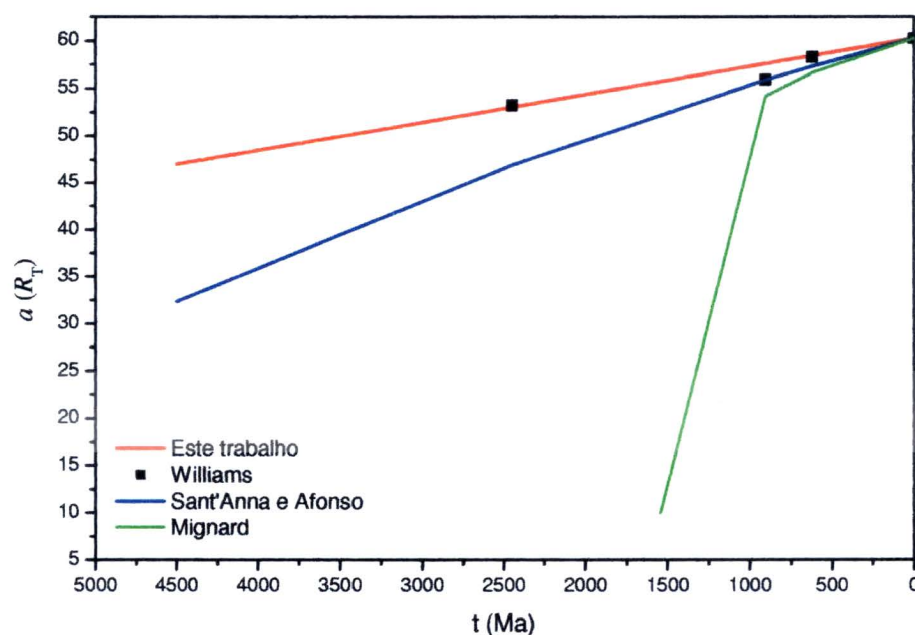
Este gráfico mostra que para a época atual tem-se para a presente pesquisa o valor de 8,34 min e para SANT'ANNA e AFONSO (1998), 10,84 min. Os valores para o atraso de resposta de maré encontrados na literatura giram em torno de 10 min (XIA YI-FEI; XIAO NAI-YUAN; CHENG ZHUO, 1998). MIGNARD (1978), faz uso de valor semelhante em seus estudos sobre a evolução da órbita lunar, porém, afirma que, este número

foi escolhido a fim de obter a presente taxa de afastamento da Lua (≈ 3 cm/ano). Continuando, ele diz que o valor de Δt determina a escala de tempo do problema e pode ter sido bastante diferente no passado, o que vem corroborar o que está apresentado no gráfico anterior que mostra que para o passado o valor de Δt diminui consideravelmente.

6.4 GRÁFICO $a \times t$

O gráfico 6.3 mostra uma comparação entre os valores obtidos para a distância Terra—Lua neste trabalho (curva em vermelho), no modelo de SANT'ANNA e AFONSO (1998) (curva em azul), no modelo de MIGNARD (1978) (curva em verde) e os dados observacionais de WILLIAMS (2000) (quadrados).

GRÁFICO 6.3: COMPARAÇÃO ENTRE OS VALORES DA DISTÂNCIA TERRA—LUA OBTIDOS ATRAVÉS DOS MODELOS DE MIGNARD, DE SANT'ANNA E AFONSO E DESTE TRABALHO, COM OS DADOS EXPERIMENTAIS DE WILLIAMS



Fica evidente o colapso que ocorre em torno de 1600 Ma quando um valor constante para Δt é usado conforme o modelo de Mignard. Constata-se também a concordância entre os valores para 620 e 2450 Ma obtidos por Williams e os alcançados nesse trabalho. Com relação ao valor para 900 Ma, que está fora da curva vermelha, Williams afirma haver dúvidas acerca desse resultado, sendo necessária a observação de mais sítios de sedimentação para que se obtenha maior precisão para esta época.

6.5 GRÁFICOS $X \times t, e \times t, i \times t$

Nos gráficos desta seção aparecem, em seqüência, no eixo das ordenadas as grandezas distância Terra—Lua (X), excentricidade (e) e inclinação (i), em graus.

Primeiramente são apresentados os gráficos que advém dos conjuntos de dados originados das integrações realizadas por SANT'ANNA e AFONSO (1998), utilizando um valor constante para Δt , conforme MIGNARD (1978), e em seguida fazendo uso de um valor variável, dado pela expressão 4.3, por eles desenvolvida. Para integração deste sistema, é bom lembrar, foi utilizado o método Runge—Kutta de quarta ordem com passo constante, assumidas condições iniciais que seguem

- Excentricidade atual da órbita da Lua: $e = 0,05$.
- Distância Terra—Lua: $X = 60,25$.
- Inclinação da órbita lunar: $i = 0,0695 \text{ rad} = 3,982^\circ$.

Na seqüência serão apresentados e discutidos os gráficos e expressões que, em conformidade com o que foi colocado no capítulo anterior, originaram-se dos conjuntos de valores obtidos a partir das integrações realizadas para os sistemas referentes aos modelos 1 e 2. Estes sistemas foram integrados utilizando também o método Runge—Kutta de quarta ordem, com passo de integração positivo e igual a 10^{-6} para o passado, quando a integração se realizava em relação a i e, igual a 1 Ma, quando era feita em

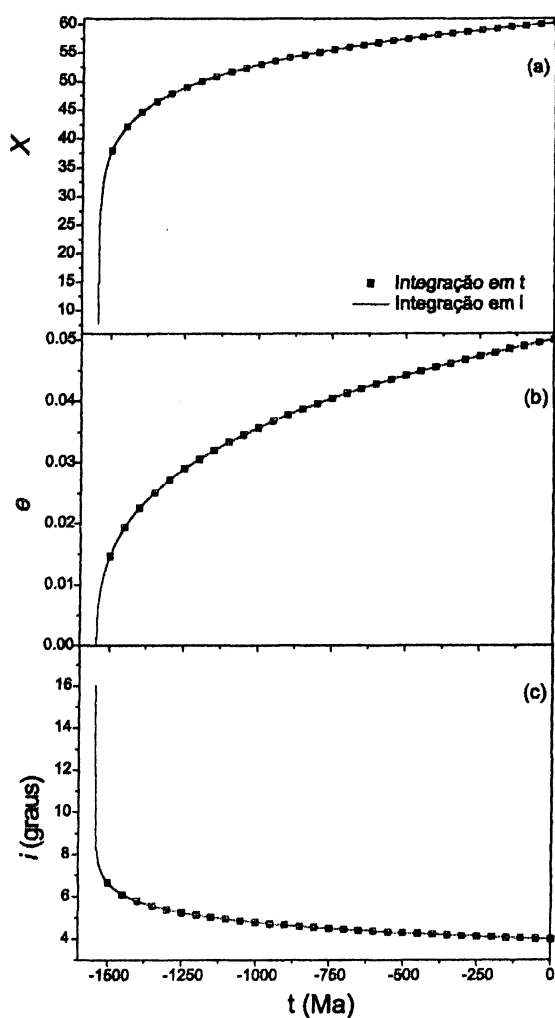
relação a t . Nos dois casos a integração foi realizada para o passado de 4 500 Ma e com as condições iniciais já apresentadas na seção 5.6.

Nota-se, com relação às condições iniciais, que entre o modelo de SANT'ANNA e AFONSO (1998) e os modelos deste trabalho há uma pequena diferença no que diz respeito aos valores iniciais de a e e , pois agora estão sendo utilizados valores mais precisos e atualizados.

Em todos os gráficos subseqüentes as curvas contínuas em vermelho representam integrações em i , enquanto as curvas pontilhadas em azul descrevem integrações em t .

6.5.1 Gráficos Obtidos por SANT'ANNA e AFONSO Utilizando um Δt Constante

Foi realizada, no trabalho ora apresentado, a integração do sistema de equações diferenciais 4.6, aplicando-se um valor constante para Δt igual a 10 min, conforme modelo de Mignard. Estas integrações geraram conjuntos de dados que, ao serem plotados, resultaram nos gráficos apresentados em 6.4.

GRÁFICO 6.4: MODELO DE MIGNARD (Δt CONSTANTE)

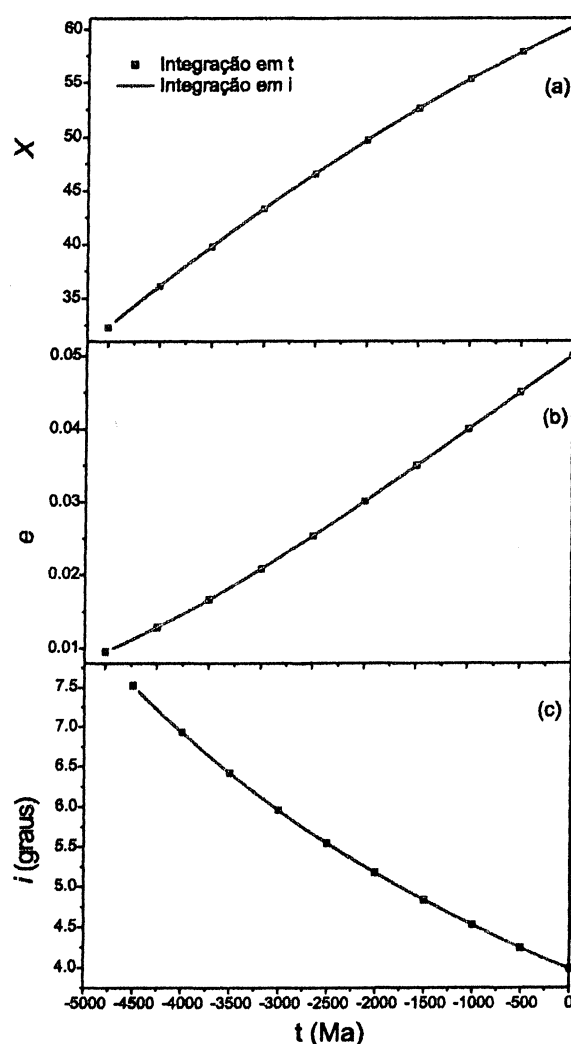
Percebe-se no gráfico 6.4a que há um colapso em torno de 1 600 Ma, pois a Lua estaria nesta época muito próxima à Terra, o que não condiz com as teorias aceitas atualmente sobre a origem do sistema Terra—Lua, que datam seu surgimento em torno de 4 500 Ma passados.

Surge, portanto, um problema de escala de tempo neste modelo, contornado por SANT'ANNA e AFONSO (1998), através da utilização da equação 4.3 para o tempo de atraso de resposta da maré Δt , o que aumenta consideravelmente a escala de tempo.

6.5.2 Gráficos Obtidos por SANT'ANNA e AFONSO Utilizando um Δt Variável

Os gráficos 6.5 mostram as grandezas X , e e i mencionadas no início da seção, com a característica de que a expressão utilizada para o atraso de resposta de maré Δt foi a equação 4.3. As conclusões que foram tiradas a partir dos gráficos 6.5 podem ser resumidas como segue, conforme SANT'ANNA (1989).

GRÁFICO 6.5: MODELO DE SANT'ANNA E AFONSO (Δt VARIÁVEL)



Quando se considera um atraso de resposta Δt constante, conforme o formalismo de Mignard, a integração conduz para um ponto de máxima aproximação em torno 1 600 Ma no passado, conforme gráfico 6.4a, enquanto que, se for considerado um valor de Δt variável (equação 4.3), conforme SANT'ANNA e AFONSO (1998), tem-se

uma escala de tempo consideravelmente maior, como mostra o gráfico 6.5a. O ponto de máxima aproximação fica em torno de 6,6 bilhões de anos.

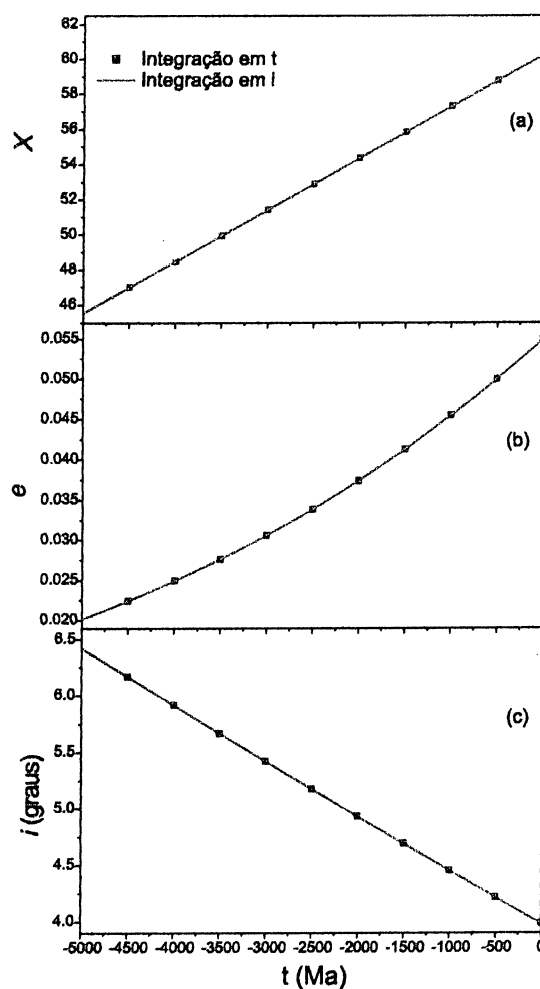
A hipótese de um Δt variável, mesmo baseada em observações paleontológicas, é bem mais compatível com as modernas teorias sobre a formação do sistema Terra—Lua do que a que considera um Δt constante. O aumento na escala de tempo deve-se ao fato de Δt diminuir para o passado, como mostra o gráfico 6.2.

6.5.3 Gráficos — Modelo 1

Os gráficos 6.6, mostrados na seqüência, refletem o que foi exposto no capítulo anterior referente ao modelo 1 que, é interessante lembrar, utiliza para formação do sistema de equações diferenciais acopladas, a equação semi-empírica 5.3 e as duas equações da Mecânica Celeste 4.2b e 4.2c.

Deve-se observar no gráfico 6.6a que a distância planeta—satélite cresce para o presente, o mesmo acontecendo com a excentricidade no gráfico 6.6b. Já a inclinação, como pode ser visto no gráfico 6.6c, decresce quando se caminha para o presente, comportamento este também observado nos formalismos de MIGNARD (1979, 1980 e 1981) e SANT'ANNA E AFONSO (1998).

GRÁFICO 6.6: MODELO 1

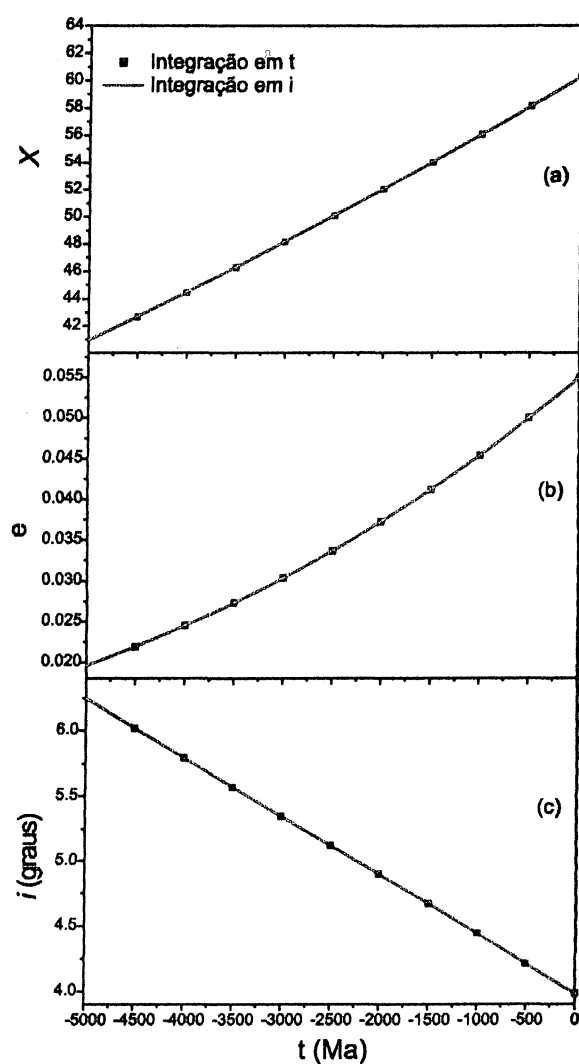


6.5.4 Gráficos — Modelo 2

De maneira análoga à subseção anterior, o gráfico 6.7 mostra as grandezas distância Terra—Lua (X), excentricidade (e) e inclinação (i) em graus, nos seus respectivos eixos.

É interessante lembrar que este modelo usa o sistema de equações 4.6, de maneira semelhante ao de SANT'ANNA e AFONSO (1998), diferindo deste, no entanto, quanto à expressão para Δt , pois, aqui é utilizada a equação 5.4.

GRÁFICO 6.7: MODELO 2



Os gráficos referentes aos modelos 1 e 2 são bastante semelhantes, sendo que a maior diferença entre eles fica mais evidente no gráfico $X \times t$. As diferenças existentes entre os resultados das duas abordagens tornam-se mais claras quando se ajustam as curvas representativas das grandezas em questão e obtém-se suas equações em função do tempo, o que será feito na próxima seção.

6.6 EQUAÇÕES $X = X(t)$, $e = e(t)$, $i = i(t)$

Uma das propostas iniciais deste trabalho foi a de encontrar as expressões que refletissem o comportamento das grandezas X , e e i como função do tempo. A partir

dos gráficos gerados e apresentados nas seções anteriores, de acordo com as abordagens 1 e 2, foram obtidas as equações para as seguintes curvas $X = X(t)$, $e = e(t)$ e $i = i(t)$, utilizando-se o programa ORIGIN 7.0.

Estas equações são apresentadas e discutidas na sequência.

- Equações para a Abordagem 1

$$X = 60,27 + 0,003t$$

$$e = 0,055 + 9,868 \times 10^{-6}t + 6,028 \times 10^{-10}t^2$$

$$i = 0,069 - 8,469 \times 10^{-6}t$$

- Equações para a Abordagem 2

$$X = 60,27 + 0,004t$$

$$e = 0,055 + 9,954 \times 10^{-6}t + 5,924 \times 10^{-10}t^2$$

$$i = 0,070 - 7,872 \times 10^{-6}t$$

As expressões obtidas para as grandezas em questão, segundo as abordagens 1 e 2 são bastante semelhantes, o que vem confirmar que as mesmas são compatíveis. A diferença mais marcante surge na equação $X = X(t)$, o que pode ser atribuído aos diferentes modos como foram obtidas as expressões para esta grandeza.

6.7 COMPARAÇÃO ENTRE OS VALORES DE X , e , i

A tabela 6.2 apresenta os valores das grandezas X , e e i obtidas nas abordagens 1 e 2 nas colunas A_1 e A_2 , como também os resultados derivados dos estudos de Williams (coluna B), Sant'Anna e Afonso (coluna C) e Mignard (coluna D), para 620, 900, 2 450 e 4 500 Ma passados.

TABELA 6.2: VALORES PARA X , e , i

620 Ma					
	A_1	A_2	B	C	D
X	58,44	57,65	$58,34 \pm 0,42$	57,29	56,64
e	0,0489	0,0488	—	0,0438	0,0425
$i(^{\circ})$	4,274	4,268	—	4,314	4,383
900 Ma					
	A_1	A_2	B	C	D
X	57,62	56,48	$55,90 \pm 0,70$	55,86	54,16
e	0,0463	0,0463	—	0,0410	0,0378
$i(^{\circ})$	4,406	4,400	—	4,469	4,664
2 450 Ma					
	A_1	A_2	B	C	D
X	53,05	50,27	$53,25 \pm 3,3$	46,90	—
e	0,0342	0,0340	—	0,0258	—
$i(^{\circ})$	5,094	5,099	—	5,512	—
4 500 Ma					
	A_1	A_2	B	C	D
X	47,01	42,64	—	32,31	—
e	0,0224	0,0219	—	0,0096	—
$i(^{\circ})$	6,165	6,022	—	7,529	—

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS, CONCLUSÕES E DIRECIONAMENTOS

O objetivo deste capítulo é tecer considerações diversas a respeito do trabalho desenvolvido, bem como apresentar as conclusões que foram tiradas dos resultados obtidos e, por fim, estabelecer alguns direcionamentos para continuidade desta pesquisa, no sentido de motivar possíveis trabalhos futuros.

7.1 Considerações Finais

O estudo da evolução dinâmica do sistema Terra—Lua, realizado ao longo deste trabalho, permitiu a elaboração de algumas considerações que são apresentadas na seqüência.

Conforme os objetivos propostos no início deste trabalho foram obtidas as equações $\omega = \omega(t)$ e $a = a(t)$ que fornecem a velocidade angular de rotação da Terra e a distância Terra—Lua em função do tempo. A equação empírica $\omega = \omega(t)$ respondeu de maneira satisfatória quando nela foram aplicados os tempos referentes ao passado de 620 Ma, pois o valor encontrado para a velocidade de rotação da Terra ($8,08 \times 10^{-5}$ rad/s) mostrou-se concordante com os resultados que advêm das pesquisas baseadas em sedimentação maregráfica ($7,99 \times 10^{-5}$ rad/s); o mesmo ocorreu para o valor da distância Terra—Lua ($58,47 R_T$), que se encontra dentro do intervalo de resultados obtidos através de pesquisas realizadas por geólogos que utilizam estes registros existentes no planeta ($58,40 \pm 1,02$, $58,16 \pm 0,30$ e $58,34 \pm 0,42 R_T$).

Os resultados apresentados por estas equações para o passado geológico de 900 e 2 450 Ma foram comparados com aqueles obtidos pelos geólogos, apesar das ressalvas citadas em capítulos anteriores, obtendo-se, para a velocidade de rotação da Terra, $8,43 \times 10^{-5}$ e $10,38 \times 10^{-5}$ rad/s e para a distância Terra—Lua, $57,61$ e $53,03 R_T$, respectivamente. Acredita-se que, assim procedendo, disponibilize-se mais um parâ-

metro de comparação para as pesquisas baseadas em sedimentação maregráfica realizadas por pesquisadores de outras áreas. Além disso, foi realizada uma extrapolação para 4 500 Ma no passado, apesar de não serem disponibilizados, na literatura, dados para comparação.

Para alcançar outro dos objetivos da pesquisa, ou seja, a resolução de um sistema de equações diferenciais que matematicamente reproduzisse o fenômeno em estudo, na formação deste sistema foram adotadas duas abordagens, a primeira utilizando a equação semi-empírica $X = X(t)$ e as equações da Mecânica Celeste que expresam a taxa de variação temporal da excentricidade e inclinação da órbita lunar e a segunda que, no lugar da equação semi-empírica citada, faz uso de uma terceira equação da Mecânica Celeste que fornece a variação temporal da grandeza X . Para resolução de ambos os sistemas foi empregada a expressão para o atraso de resposta de maré Δt desenvolvido neste trabalho e expresso pela equação 5.4. Os dois sistemas foram integrados numericamente pelo método Runge-Kutta de ordem 4, com passo constante, através de programação em linguagem Fortran, o que resultou em conjuntos de dados que geraram os gráficos $X \times t$, $e \times t$ e $i \times t$. O ajustamento das curvas encontradas permitiram a obtenção de expressões para as grandezas, distância Terra—Lua (X), excentricidade (e) e inclinação (i) da órbita da Lua. As equações geradas a partir das duas abordagens apresentaram resultados muito próximos entre si quando nelas foram aplicados os valores para o passado de 620, 900, 2 450 e 4 500 Ma, mostrando sua consistência.

7.2 Conclusões

Os resultados obtidos a partir do modelo aqui desenvolvido para estudo da evolução dinâmica do sistema Terra—Lua, levam à elaboração das seguintes conclusões:

- a pesquisa bibliográfica realizada mostrou que o fenômeno da desaceleração da Terra e afastamento da órbita lunar é um assunto que desperta a atenção de

pesquisadores de diversas áreas do conhecimento humano tornando-se, deste modo, um problema de caráter multidisciplinar que, apesar das exaustivas pesquisas em torno da questão, constitui-se ainda em um dos maiores desafios da ciência;

- a metodologia utilizada neste trabalho, que fez uso de dados “recentes” para a velocidade de rotação da Terra aliada a equações da Mecânica Celeste revelou-se simples, objetiva e eficaz quando foi feita a extrapolação para o passado geológico, já que reproduziu com grande aproximação valores encontrados por pesquisadores que utilizaram métodos e técnicas de diversas áreas;
- os resultados para o valor da distância Terra—Lua (a) colocam o satélite natural a uma distância “confortável” em relação ao planeta na época do surgimento do sistema, ao contrário de outros modelos que situam a Lua neste tempo geológico num ponto muito perto da Terra, com consequências catastróficas para os dois corpos;
- o modelo que aqui se apresenta é bastante dinâmico, no sentido que pode ser aprimorado à medida que a ele sejam incorporados dados mais atualizados acerca do fenômeno (o dado mais recente disponível foi para 2000,5) e também que se tenham disponíveis medidas cada vez mais confiáveis relativas ao passado geológico da Terra, provindas de pesquisas realizadas dentro de outras áreas da ciência;
- a origem da Lua ainda não é clara. Os cenários clássicos para sua formação incluem coacreação, fissão e captura e recentemente tem sido dada bastante atenção à hipótese de um impacto gigante, onde um corpo com as dimensões de Marte teria se chocado com a Terra e, como resultado, ejetado uma massa considerável para formação de um satélite natural. Os investigadores deste fenômeno enfatizam que um melhor conhecimento a respeito da dinâmica do sis-

tema Terra—Lua seria fundamental para privilegiar uma teoria em detrimento de outra. Portanto, espera-se que haja uma contribuição deste trabalho também no que diz respeito a este item;

- embora a dinâmica do sistema Terra—Lua seja um dos fenômenos mais complexos da Mecânica Celeste, o modelo desenvolvido neste trabalho é bastante simples, como devem ser tanto quanto possível, os modelos que, pretende-se, reproduzam o que acontece na natureza, porém, os resultados obtidos são bastante promissores;
- com o trabalho ora apresentado espera-se que se possa dar uma descrição para qualquer tempo do passado do sistema Terra—Lua pois, “futuros avanços em pesquisa na interpretação das flutuações da rotação da Terra são inseparáveis do progresso na direção de um melhor entendimento da estrutura e dinâmica de todas as partes da planeta. Nisto reside a fascinação desta altamente interdisciplinar questão das ciências da Terra” (HIDE e DICKEY, 1991).

7.3 Direcionamentos

Após estas conclusões a respeito da pesquisa ora realizada acredita-se que, ao invés de o assunto tornar-se esgotado, abre-se um amplo leque de possibilidades para continuidade deste estudo, e, para tanto, são apontados alguns direcionamentos que poderão ser seguidos em futuros trabalhos, como segue:

- a partir dos resultados alcançados neste trabalho é possível calcular outras grandezas para o passado do sistema Terra—Lua, tais como, a energia de rotação perdida pela Terra e, conseqüentemente, aquela ganha pela Lua, variações no momento de inércia do planeta, momento angular dos dois corpos, entre outras;
- a integração de outras equações referentes ao sistema Terra—Lua, como aquelas que fornecem a taxa de variação temporal da inclinação e obliquidade da

órbita lunar em relação à eclíptica, utilizando as expressões obtidas neste trabalho, seria bastante interessante para comparações com pesquisas de outras áreas;

- como a qualidade dos registros paleontológicos declina abruptamente quando examina-se registros do passado para além do pré-cambriano, seria interessante um intercâmbio de informações entre os que investigam esse fenômeno, sejam eles físicos, geólogos ou geofísicos, visto que o presente trabalho fornece novos parâmetros para estas épocas geológicas;
- a inclusão de termos referentes a variações periódicas (curto e longo período) seria interessante para um estudo do comportamento dos modelos apresentados e,
- seria de grande valia um estudo de como os valores passados da velocidade de rotação da Terra e afastamento da órbita lunar influenciariam as teorias sobre o surgimento da Lua e, conseqüentemente, sobre a origem do sistema Terra—Lua.

REFERÊNCIAS

AFONSO, G. B. **Determinação dos valores da variação na rotação da Terra e do conseqüente afastamento da Lua**. Paraná, 1977. Dissertação (Mestrado em Astronomia). Departamento de Física. Universidade Federal do Paraná, Brasil.

BERRY, A.G. **A Short history of astronomy from earlies times through the nineteenth century**. London, John Murray, 1898.

DARWIN, G. H. On the influence of geological changes on the Earth's axis of rotation. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London**, v. 167, p. 271, 1877.

DARWIN, G. H. On the precession of a viscous spheroid and on the remote history of the Earth. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London**, v. 170, p. 447–530, 1879.

DARWIN, G. H. On the secular change of the orbit of a satellite revolving about a tidally distorted planet. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London**, v. 171, p. 713–891, 1880.

GEMAEL, C. **Geodésia Celeste: Introdução**. Curitiba, Editora UPFR, 1991.

GESTENKORN, H. Über gezeiten reitung beim zwei zörperproblem. **Z. Astrophys.**, v. 36, p. 245–274, 1955.

GESTENKORN, H. On the controversy over the effect of tidal friction upon the history of the Earth—Moon system. **Icarus**, v. 7, p. 160–167, 1967.

GESTENKORN, H. The earliest past of the Earth—Moon system. **Icarus**, v. 11, p. 189–207, 1969.

GOLDREICH, P. History of the lunar orbit. **Reviews of Geophysics**, v. 4, p. 411–439,

1966.

GOLDREICH, P. Tides and Earth—Moon system. **Scientific American**, v. 226, n. 4 p. 42–52, 1972.

HAYS J. D.; IMBRIE, J.; SHAKLETON, N. J. Variations in the Earth's orbit: pacemaker of the ice ages. **Science**, v. 194, n. 4270, p. 1121–1132, 1976.

HAY, R. D.; BILLS, B. G.; CHAO, B. F. **Journal of Geophysical Research**, v. 104, NB 8, p. 17653–17659, 1999.

HALLEY, E. Some account of the ancient state of the city of palmyra, with short remarks upon the incriptions found there. **Philosophical Transactions of the Royal Society**, v. 19, p. 160–175, 1695.

International Earth Rotation Service - **Annual Report**. Paris, Observatoire de Paris, Central Bureau of *IERS*, (2000).

KAULA, W. M. Tidal dissipation by tidal friction and the resulting orbital evolution. **Reviews of Geophysics**, v. 2, p. 661–685, 1964.

LAMBECK, K. **The Earth's variable rotation: geophysical causes and consequences**. New York, Cambridge University Press, 1980.

LEE, D. C.; HALLIDAY, A. N.; SNYDER, G. A. E TAYLOR, L. A. Age and origin of the Moon. **Science**, v. 278, p. 1098–1103, 1997.

LEICK, A. **GPS Satellite surveying**. New York, John Wiley, 1990.

LOVE, A. E. H. **A Treatise on the mathematical theory of elasticity**. New York, Dover, 1944.

MACDONALD, G. J. F. Tidal friction. **Reviews of Geophysics**, v. 2, p. 467–541, 1964.

MARION, J. B.; THORNTON, S. T. **Classical dynamics of particles and systems**. New York, Saunders College Publishing, 4. ed., 1995.

MERRIAN, J. B. Atmospheric excitation of the Earth's rotation rate. **Geophysical Monograph**, v. 59, p. 119–126, 1990.

MIGNARD, F. The evolution of the lunar orbit revisited I. **The Moon and the Planets**, v. 20, p. 301–315, 1979.

MONICO, J. F. G. **Posicionamento pelo NAVSTAR - GPS - Descrição, fundamentos e aplicações**. Editora UNESP, 2000.

MUNK W. H.; MACDONALD G. J. F. **The rotation of the Earth**. New York, Cambridge University Press, 1960.

RUNCORN S. K. **Scientific American**, v. 215, n. 4, p. 26–33, 1966.

SANT'ANNA, A. S. **Evolução dinâmica do sistema Terra—Lua**. Paraná, 1989. Dissertação (Mestrado em Física). Departamento de Física. Universidade Federal do Paraná, Brasil.

SANT'ANNA, A. S.; AFONSO, G. B. On the tidal time delay of the Earth. **Brazilian Journal of Geophysics**, v. 16, n. 1, 1998.

SCRUTTON, C. T. **Periodic growth features in fossil organisms and the length of the day and month, in tidal friction and Earth's rotation**. New York, P. Brosche and J. Sündermann, Springer-Verlag, 1978.

SEEBER, G. **Satellite geodesy**. Berlin: Walter de Gruyter, 1993.

SONETT, C. P.; CHAN, M. A.; DEMKO, T. M. Late proterozoic and paleozoic tides, retreat the Moon, and rotation of the Earth. **Science**, v. 273, p. 100–104, 1996.

STEPHENSON, F. R. **Historical eclipses and Earth's rotation**. London, Cambridge

University Press, 1997.

STEPHENSON, F. R.; MORRISON, L. V. Long term fluctuations in the Earth's rotation: 700 B.C. to A. D. 1990. **Philosophical Transactions of the Royal Society A**, v. 351, p. 165–202, 1995.

STEPHENSON, F. R.; SAID, S. S. Non-tidal changes in the Earth's rate of rotation as deduced from medieval eclipse observations. **Astronomy and Astrophysics**, v. 215, n. 1, p. 181–189, 1989.

WALKER, J. C. G.; KAHNLE, K. J. Lunar nodal tide and the distance to the Moon during the precambrian. **Nature**, v. 320, p. 600–602, 1986.

WELLS, J. W. Coral growth and geochronometry. **Nature**, v. 197, p. 948–950, 1963.

WILLIAMS, G. E. Tidal rhythmites-key to the history of the Earth's rotation and the Moon's orbit. **Journal of the Physics of the Earth**, v. 38, n. 6, p. 475–491, 1990.

WILLIAMS, G. E. Precambrian length of day and the validity of tidal rhythmite paleotidal values. **Geophysical Research Letters**, v. 24, n. 4, p. 421–424, 1997.

WILLIAMS, G. E. Geological constraints on the precambrian history of Earth's rotation and the Moon's orbit. **Reviews of Geophysics**, v. 38, n. 1, p. 37–59, 2000.

XIA, Y.; XIAO, N.; ZHUO, C. A study of the secular deceleration of the Earth's rotation using a hamiltonian formalism. **Chinese Astronomy and Astrophysics**, v. 22, n. 1, p. 92–98, 1998.

YU, N-H.; ZHENG D-W. Contribution of the atmosphere to the seasonal changes in Earth's rotation. **Chinese Astronomy and Astrophysics**, v. 24, p. 495–500, 2000.

YUKUTAKE, T. The Effect of change in the geomagnetic dipole moment on the rate of the Earth's rotation. **J. Geomagn. Geoelectr.**, v. 24, p. 19–47, 1972.

DOCUMENTOS CONSULTADOS

CHAO, B. F.; RAY R. D. Oceanic tidal angular momentum and Earth's rotation variations. **Prog. Oceanog.** v. 40, p. 399–421, 1997.

DICKEY, J. O.; EUBANKS T. M.; RAYMOND H. Interannual and decade fluctuations in the Earth's rotation. **International Union of Geodesy and Geophysics and American Geophysical Union**. Geophysical Monograph 59. p. 157—161, 1987. Symposium U4 on "Variations in the Earth's Rotation", agosto, 18-19, 19° General Assembly of the IUGG, Vancouver, B. C, Canada.

GOLDSTEIN, S. J. On the slow changes in the Earth's rotation. **The Astronomical Journal**. v. 90, n. 9, p. 1 900–1 904, 1995.

HYDE, R.; DICKEY J. O. Earth's variable rotation. **Science**. v. 253, p. 629–637, 1991.

International Earth Rotation Service—**Annual Report**. Paris, Observatoire de Paris, Central Bureau of *IERS*, (2000)

JEFFREYS, H. **The Earth**. Cambridge University Press, New York, 1959.

LAMBECK, K. **The Earth's variable rotation: geophysical causes and consequences**. New York, Cambridge University Press, 1980.

LUDWIG, D. F. Discussion on late precambrian tidal rhythmites in South Australia and the history of the Earth's rotation. **Journal of Geological Society**, v. 147, p. 1 083–1 084, 1990.

SCHWIDERSKI, E. W. On tidal friction and the decelerations of the Earth's rotation and Moon's revolution. **Marine Geodesy**, v. 9, n. 4, p. 399–451, 1985.

STEPHENSON, F. R.; LIESKE, J. H. Changes in the Earth's rate of rotation between A.

D. 1672 and 1806 as deduced from solar eclipse timings. **Astronomy and Astrophysics**, v. 200, p. 218–224, 1988.

STEPHENSON, F. R.; YAU, K. C. The total solar eclipse of A. D. 1221 and the rotation of the Earth. **Astronomy and Astrophysics**, v. 260, p. 485–488, 1992.

SURGY, O. N.; LASKAR, J. On the long term evolution of the spin of the Earth. **Astronomy Astrophysics**, v. 318, p. 975–989, 1997.

TOUMA, J.; WISDOM, J. Evolution of the Earth—Moon system. **The Astronomical Journal**, v. 108, n. 5, p. 1943–1961, 1994.

WARD, W. R.; CANUP, R. M. Origin of the Moon's orbital inclination from resonant disk interactions. **Nature**, v. 403, p. 741–742, 2000.

WILLIAMS, G. E. Late precambrian tidal rhythmites in South Australia and the history of the Earth's rotation. **Journal of Geological Society**, v. 146, p. 97–111, 1998.